VISIT…

LANZAROTE

Caliente.COM

目　录

前　言 …………………………………………………………（1）
符号与标记的约定 ………………………………………………（1）
第一章　供语言学家用的逻辑学 …………………………………（3）
第二章　集合论 …………………………………………………（5）
2.1　集合和元素 ……………………………………………（5）
2.2　集合之间的关系 ………………………………………（8）
2.3　集合的运算 ……………………………………………（8）
2.4　关系和函项 ……………………………………………（11）
第三章　推理和语句的逻辑分析 …………………………………（18）
3.1　推理 ……………………………………………………（18）
3.2　逻辑形式 ………………………………………………（21）
3.3　语句和命题 ……………………………………………（23）
3.4　可能世界和命题的真值集 ………………………………（25）
3.5　分析性语句和综合性语句 ………………………………（27）
3.6　简单句和复合句 ………………………………………（28）
3.7　逻辑分析的深度 ………………………………………（29）
第四章　命题逻辑 ………………………………………………（30）
4.1　联结词 …………………………………………………（30）
4.2　逻辑联结词的意义 ……………………………………（34）
4.2.1　否定～ ………………………………………………（34）
4.2.2　合取 & ………………………………………………（36）
4.2.3　析取∨ ………………………………………………（40）
4.2.4　蕴涵→ ………………………………………………（43）
4.2.5　等值≡ ………………………………………………（46）

4.3 如何表示组成成分的结构……………………………………(48)
4.4 命题演算的语法学和语义学……………………………………(52)
4.5 语法学……………………………………………………(53)
4.6 语义学……………………………………………………(54)
4.7 重言式和矛盾式……………………………………………(58)
4.8 真值表……………………………………………………(59)
第五章 谓词逻辑 ……………………………………………(68)
5.1 逻辑分析的扩展……………………………………………(68)
5.2 量词……………………………………………………(71)
5.3 谓词逻辑语法概述…………………………………………(82)
5.4 谓词逻辑的语义学…………………………………………(84)
5.5 在所有解释中都真…………………………………………(90)
5.6 谓词逻辑语义学概述………………………………………(97)
5.7 语义学的一种形式的表述……………………………………(98)
5.8 关系的形式的性质…………………………………………(103)
5.8.1 自返性……………………………………………………(103)
5.8.2 对称性……………………………………………………(104)
5.8.3 传递性……………………………………………………(104)
5.8.4 逆关系……………………………………………………(105)
5.8.5 关系的定义域和值域的结构………………………………(106)
第六章 演绎 ………………………………………………(112)
6.1 演绎系统…………………………………………………(112)
6.2 日常会话中的演绎规则……………………………………(121)
第七章 模态逻辑 …………………………………………(126)
7.1 模态算子…………………………………………………(126)
7.2 严格蕴涵…………………………………………………(128)
7.3 其它模态…………………………………………………(130)
7.4 在模态逻辑中同辖域和同一相联系的问题…………………(133)
7.4.1 “*De dicto*”—“*de re*”的歧义 ……………………………(133)
7.4.2 特指性（Specificity） ……………………………………(136)

7.4.3 晦暗性 (Opacity)……(137)
7.4.4 跨越世界的辨认 (Cross-world identification)……(139)
7.5 反事实语句……(140)
7.6 时态逻辑和参考点……(141)
第八章 内涵逻辑和范畴语法……(147)
8.1 内涵和外延……(147)
8.2 内涵……(150)
8.3 弗莱格原理……(153)
8.4 弗莱格原理和范畴语法……(155)
8.5 范畴、内涵和类型……(160)
第九章 进一步的扩展……(174)
9.1 二阶谓词逻辑和谓词算子……(174)
9.2 预设和有定摹状词……(175)
9.3 预设的语用分析……(180)
9.4 抽象算子或莱姆答算子……(183)
第十章 有适用于语言学家的逻辑学吗？……(186)
10.1 概说……(186)
10.2 意义的概念……(186)
10.3 形式语言在分析自然语言中的作用……(193)
10.4 古典逻辑的局限性……(198)
参考书目……(202)
习题解答……(207)
索 引……(215)
译者后记……(237)

符号与标记的约定

符　号	名　　称	解释的页码
$\in$	元素记号（“是…的元素”）	5
$\notin$	“不是…的元素”	5
$\{\ \}$	波形括号（表示集合）	6
$\varnothing$	空集	6
$\mathbf{1}$	全集	7
$\subset$	真包含（“是…的真子集”）	8
$\subseteq$	包含（“是…的子集”）	8
$=$	集相等	8
$\cap$	交	9
$\cup$	并	9
$-$	差	10
$\complement$	补	11
$\langle\ \rangle$	尖括号（表示n元组）	12
$\mathbf{t}$	“真”	32
$\mathbf{f}$	“假”	32
$\mid$	舍佛竖(Sheffer's stroke)	34
$\sim(\neg, -)$	否定	35
$\&(\cdot, \wedge)$	合取	37
$\vee$	析取（相容的）	40
ⓥ	析取（不相容的）	41
$\rightarrow(\supset)$	（实质）蕴涵	43

$\equiv(\leftrightarrow,$ ⥽$)$	等值	46
$\forall$	全称量词	72
$\exists$	存在量词	76
$\breve{R}$	R 的逆关系	106
$M(\Diamond)$	可能性算子	127
$N(\Box)$	必然性算子	127
⥽	严格蕴涵（“鱼钩”）	129
$\Box\!\!\rightarrow$	反事实算子	141
F, H, G, A	时态算子	143
ι	艾欧塔算子	179
λ	莱姆答算子	183
$A, B, C\cdots\cdots$	（集合论中的）集合	3
	（谓词逻辑中的）谓词常项	69
$a, b, c\cdots\cdots$	（集合论中的）集合的元素	3
	（谓词逻辑中的）个体常项	69
$\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}\cdots\cdots$	集合的集合	9
$f, g, h\cdots\cdots$	函项	14
$p, q, r\cdots\cdots$	语句变项	30
$x, y, z\cdots\cdots$	个体变项	69
$\phi, \psi, \chi\cdots\cdots$	谓词变项	69
$\alpha, \beta, \gamma\cdots\cdots$	表示合式公式的元变项	83
$P, Q, R\cdots\cdots$	表示谓词词项的元变项	83
$t_1, t_2, \cdots t_n\cdots\cdots$	表示个体词项的元变项	83

用英语表述的表达式，当它指表达式本身时，就以斜体字引述，如：*horse*，汉语则以单引号引述，如：‘马’，当它指表达式的意义时，英语就以单引号引述，如：‘horse’，汉语则以双引号引述，如：“马”。

当引入一个重要词项时，就加上着重号，如：外延。

第一章

供语言学家用的逻辑学

二十世纪的大多数语言学家都把语言的结构方面作为他们研究的主要对象。这不但包括通常称之为结构主义者的那些语言学家（如，索胥尔(Saussure)、叶姆斯列夫（Hjelmslev)、布龙菲尔德（Bloomfield）和布拉格学派），而且包括对语言结构的形式的研究有重要突破的乔姆斯基（Chomsky）和生成转换学派。①结构主义在音位学、形态学、语法学等领域有着突出的成就。但当涉及到语言的内容或意义的形式结构的时候，就很少有为大家所公认的进展。许多结构主义者实际上不去理会语言的内容，甚至达到否认语义学是语言学的一部分的程度。

这样，一些既描绘一般的结构又描绘内容的结构的极其引人注意的尝试，就不是出现在狭义的语言学中，而是出现在形式逻辑中。尽管二十世纪的逻辑学注意力集中在数理逻辑、数理语言学方面，而普通的日常语言却仍被象弗莱格(Frege)、罗素(Russell)、卡尔纳普（Carnap)、赖辛巴赫(Reichenbach)和蒙塔古(Montague)②这样的逻辑学家所分析，虽然还不十分完善。现在语言学家和逻辑学家已开始认真地把逻辑方法应用于自然语言的研究，而且已出现了对语义结构的某些非常有趣的分析。

这本入门书的目的是为语言专业的学生和其他对自然语言的语义学有兴趣的人们提供一些基本的逻辑概念和逻辑理论。现

---

① 对结构语言学的一个简要的介绍，见戴维斯（Davies)(1973)。

② 关于古代和现代逻辑史，见威廉·尼尔（Kneale.W）和玛莎·尼尔(Kneale.M)(1962)。

在，这样一些知识对任何研究当代语义学的人，以及一般地研究语言学的人，都是必要的。在形式逻辑中发展起来的研究人工语言的语义学的方法，已经有效地运用于自然语言的语义学中；并且在一般语言理论中，采用逻辑和数学的方法已经变得日益普遍。乔姆斯基在《句法结构》(1957 年) 中提出的“短语结构”语法，就是这方面的一个好例子。在这里，乔姆斯基使用了由美国逻辑学家波斯特① 发展的一种描述形式语言结构的语法，而得以运用“重写体系”于自然语言。

我们还想帮助建设沟通语言学和逻辑学之间的沟壑的桥梁，从而促进逻辑学家和语言学家在他们对语言结构的共同研究中更加紧密地合作。尽管本书作为引论的和作为教学的方面是最重要的，我们还是试图以提供逻辑分析如何能用于自然语言的例证*，以探讨逻辑分析和语言分析、逻辑和自然语言之间的关系的方法来证实我们的观点：逻辑对那些主要兴趣在于自然语言的人们是一个值得研究的领域。我们下面将要提出的某些意见是比较新的。

整本书可以看作关于逻辑同语言学有联系的这种观点的一种隐含的论证。在最后一章里还有关于这个问题的一次直接的讨论。

---

① 波斯特(Post)(1936)。

* 译者注：书中所使用的自然语言的例子，原文大部分是英文。以后遇到汉译会造成理解上的困难时，我们则仍使用英文例句，后面附上汉语译文作为注释。有的语句可译但仍有不尽意之处，则附上英文原文作注。一般汉译语义上不会造成误解的则不附英文。

第二章

集合论

2.1 集合和元素

在下面几章里，我们将经常使用集合论中的概念。① 除了与逻辑学有关外，集合论对于数学来说也是极其重要的，同时在语言学中也有若干直接的应用。因此，我们首先简要地说明这个领域里的那些最重要的概念的特征。

集合是一些或一组任何种类的事物或实体。其它的经常用来指称集合的术语还有"类"和"群"(虽然这些名词在数学里，还有另外的专门的用法)。一个集合是由一些元素或成员组成。我们在日常生活中需要谈到集合，一般包含着一些有某些共同点的元素，例如所有瑞典人的集合或某一图书馆的所有的书的集合。集合论对集合没有这样的限制，因为一个集合可以由没有任何联系的元素组成。例如我们可以设想由瑞典首相、火星的最小的卫星和七的平方根所组成的集合。

介绍几个约定的记号：我们将用斜体大写字母(A、B、C……)表示集合，使用斜体小写字母（a、b、c……）表示作为集合的元素的个别对象。我们介绍一个特殊的符号$\in$，读作"是……的元素"或"是……的成员"。例如，"a是B的元素"写作'$a \in B$'。如果我们想说a不是B的元素，就写成'$a \notin B$'。

---

① 关于集合论比较好的介绍见哈莫斯(Halmos)(1960)、李卜叔兹(Lipschutz)(1964)和斯托尔(Stoll)(1961)。

我们也需要一种记号来书写如“这个集合是由下述个体所组成：约翰、比尔、哈里”，或者“所有有红头发的英国人的集合”这样的表达式。我们使用的是波形括号“{ }”。象我们所举的例子显示的那样，至少有两种规定集合的方法：列举法和描述法。使用波形括号，我们的例子可以表示如下：

列举法：{约翰，比尔，哈里}

描述法：{X|X 是红头发的英国人}

（读作‘所有 X 的集合，X 是红头发的英国人’）

也有表达同样内容的日常结构。列举常常用连词“和(and)”构成，例如‘约翰(和)比尔和哈里’，而对描述我们则使用关系从句，例如‘those who are Englishmen’（那些是英国人的人们）。

虽然可能使某些人感到奇怪，但集合论是允许集合的元素数目为一或者零的。对于世界上的每个个体或对象，存在着以那个个体或对象为其唯一成员的集合。例如：给定一个人 a，我们可以形成一个集合 $\{a\}$。记住这一点是很重要的：a 和 $\{a\}$ 是不同的东西——a 不是一个集合。

只有一个元素的集合叫做单元集。没有（零）元素的集合叫做空集，也可以说，由于只有唯一的这样的集合，空集可以用特殊符号 $\varnothing$ 来表示。这样做的理由是，在集合论中有一个称作外延性原则的一般性原则，它是这样说的：对于两个互不相同的集合来说，必须至少有一个东西，它是其中一个集合的元素而不是另一个集合的元素。换句话说，如果元素一览表是相同的，我们就看作是同一集合。任何空集显然具有相同的元素一览表，因此只有一个空集。由此引出多少有些奇怪的结论，例如：美国所有女总统的集合和所有能写计算机程序的狗的集合是同一集合。但是，我们考虑到（a）用来选择集合元素的方法（区别元素和非元素的标准）和（b）实际选出的元素之间的区别，我们就能较好地理解上面那个问题了。显然，相同的元素可以由许多不同的方法

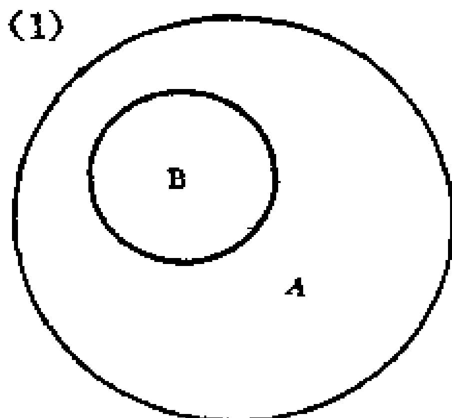
来选择。外延性原则的观念是完全不顾被用来选择一个集合的元素的方法的。这同下面几章将涉及到的一个十分重要的问题，即一种语言中的某个表达式的内涵和外延之间的区别是有联系的。请考察一下描述一个集合的名词短语，'有红头发的英国人'。我们可以说这个名词短语是通过说明它们所共有的一些特征的方法来区别出（或指称）世界上的一些实体或事物的。区别出的或指称的那些实体，即既是英国人同时又具有红头发的那些个体，就构成这个名词短语的外延，而选出这些事物的方法，即用来决定表达式外延的标准，则构成这个短语的内涵。现在我们知道，集合论中"集合"的概念在这样的意义下可以被说成是外延性的，即人们并不关心集合的元素被挑选出的方法——因此得到外延性原则这一名称。

我们在这里说的同时也说明数学中的集合概念跟我们日常用的诸如"类"和"群"这样的词所表示的概念并不完全等同，虽然在这一章的开头我们曾经这样假定过。当我们在日常生活中谈起群，例如人群，我们常常设想它们在不同的时间点上是相同的群，虽然它们的成员是变动的。因此我们可以谈论，例如，统治英国的人群，甚至说'这一群现在比往常有了更多的成员'这样的话，但是如果外延性原则已经假定适用于'这一群'所指称的实体，那么这个句子就会是自相矛盾的。我们还要注意，虽然有很多事物可以称之为群，例如他们完成了如此这般的（集体的）行动（如同在'我们这一群向政府提交了一份请愿书'），至少一些数学家会说集合是抽象的实体，它不能做这样的事情。

另一种特殊的集合是全集，它用符号1（一这个数）表示。为了解释全集，我们必须引进另外一个概念：论域（universe of discourse）。论域可以粗略地定义为"在一定的文句或一定的对话中所论及的每一件事物"。例如，在数学课本中，论域可以是所有的数，然而在物理课本中，它就是所有物质的实体。所以全集就是在有关论域中的所有个体的集合。

2.2 集合之间的关系

在集合论中有些概念涉及到集合之间的关系。这些关系可以用把集合画成圆的方法来表示。让我们来看看所有欧洲人的集合和所有英国人的集合这样的例子。由于所有英国人都是欧洲人，我们可以用(1)表示这两个集合之间的关系，其中A是所有欧洲人的集合，B是所有英国人的集合。在这种情况下，我们说B是A的子集，或B包含于A。在集合论中，有两种关系是经常要加以区别的：包含和真包含。



如果集合B是真包含于集合A，那末所有B的元素就是A的元素，并且至少有一个A的元素不是B的元素。因此我们把这种关系写作$B \subset A$，这里用符号$\subset$表示"是真包含于"或"是……的真子集"。如果象常常出现的情况那样，我们不要求A至少包含一个不属于B的元素，我们就写作$B \subseteq A$，它仅仅是"B包含于A"或"B是A的子集"。

如果我们想说A和B是相同的集合，换句话说，它们是相等的，我们就写作$A=B$。在上一节我们已经看到，这意味着它们具有相同的元素。

区别"是……的元素(是……的成员)"和"是……的子集"是很重要的。所有英国人的集合是所有欧洲人的集合的子集，但是前者不是后者的一个元素。另一方面，约翰·史密斯是所有英国人的集合的一个元素，但是他不是这个集合的子集。

2.3 集合的运算

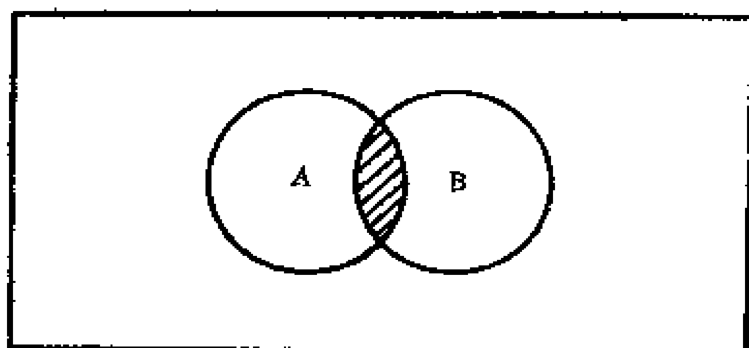
也有一些集合，它们的元素是其它的集合（这种集合有时叫

作集族或族)。例如，对于任何一个集合，比如 A，我们可以形成包含所有 A 的子集的集合。这个集合称作 A 的幂集。例如：集合 $\{a,b\}$ 具有下列子集：$\{a\}$，$\{b\}$，$\{a,b\}$，$\varnothing$（空集是所有集的子集)。所以，$\{a, b\}$ 的幂集是 $\{\{a\}, \{b\}, \{a, b\}, \varnothing\}$。

为了把集合的集合从普通的集合中区别出来，我们可以用手写的大写字母，例如 $\mathscr{A}$ 表示集合的集合。

上面我们讲到规定集合的不同的方法。集合也可以借助于其它的集合通过使用所谓集合运算或对集合的运算来加以规定。给定 A 和 B 两个集合，我们就可以规定所有由既是 A 又是 B 的元素组成的集合。这个集合叫做 A 和 B 的交集，并用 $A\cap B$ 来标示。在(1) 里，它相当于阴影那个部分。

(1)

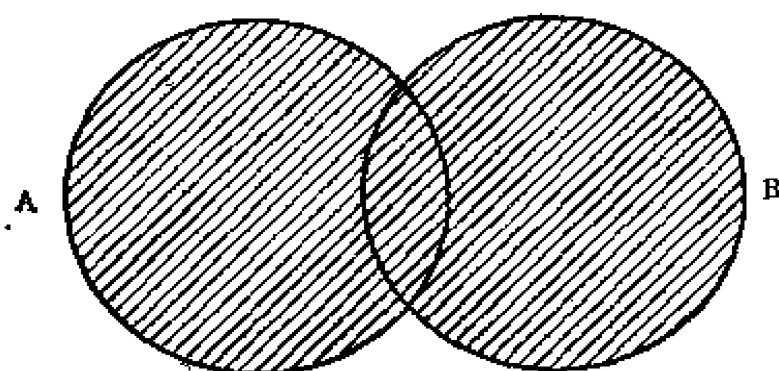


例如：如果 A 是所有语言学家的集合，B 是所有瑞典人的集合，那么 $A\cap B$ 就是所有瑞典语言学家的集合。

我们也需要谈到由是集合 A 的元素或集合 B 的元素的所有对象构成的集合。这个集合叫作 A 和 B 的并集，并用 $A\cup B$ 来标示。例如：如果 A 是所有读过《战争与和平》的人的集合，而 B 是所有读过《安娜·卡列尼娜》的人的集合，那末 $A\cup B$ 是所有读过《战争与和平》或《安娜·卡列尼娜》（或二者）的人的集合。如(2)。

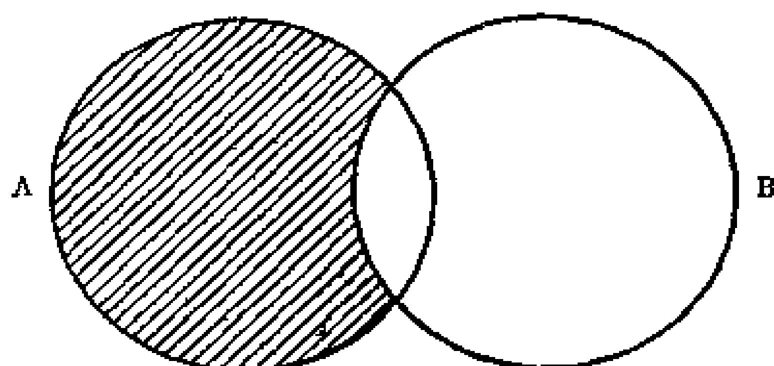
阴影部分的集合，即是 A 的元素而不是 B 的元素的所有对象的集合，叫作 A 和 B 的差集，并用 $A-B$（读作 A 减 B）来标

(2)

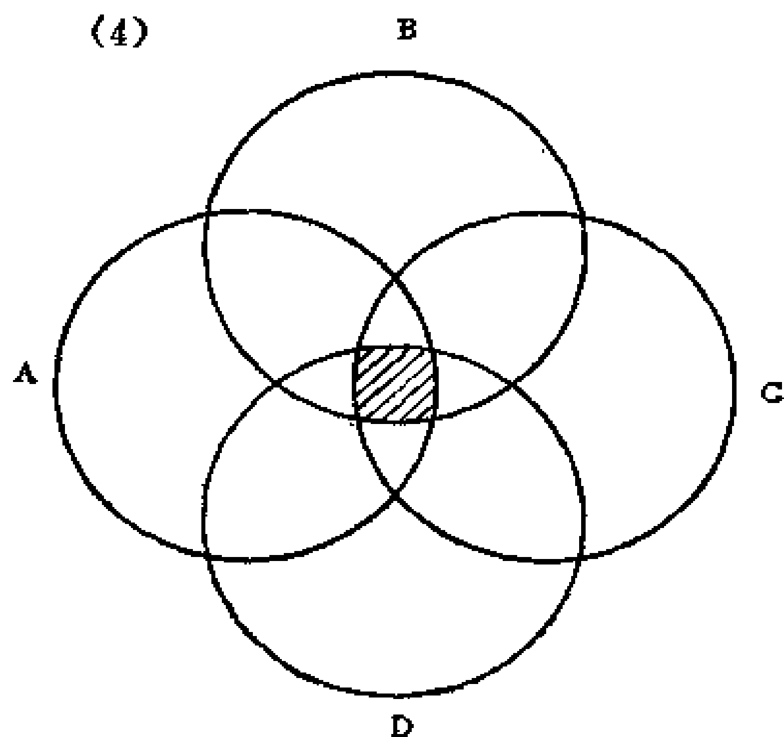


示。例如：如果 A 是所有英国人的集合而 B 是所有会讲葡萄牙语的人的集合，那么 $A-B$ 是所有不会讲葡萄牙语的英国人（除去会讲葡萄牙语的人以外的所有英国人）的集合。如(3)。

(3)



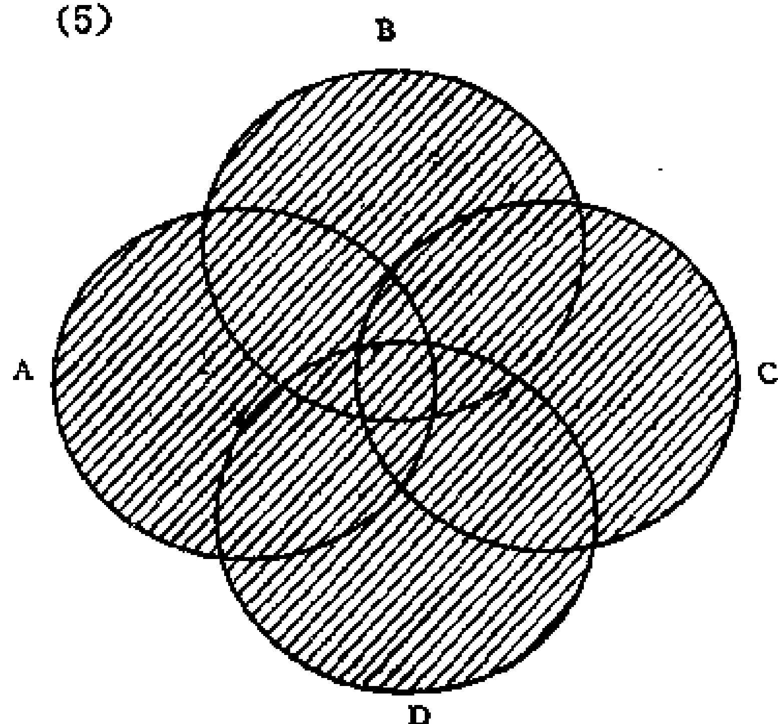
(4)



到现在为止，我们只谈到对成对的集合的运算。然而，没有什么东西能够阻碍我们把这种运算加以扩充，运用到三个或更多的集合上去。例如，我们可以把 A, B, C, D 的交（包含是 A、B、C、D 所有这四个集合的元素的所有对象的集合）规定为对

集合的集合 $\{A,B,C,D\}$ 的运算，可以由 $\cap\{A,B,C,D\}$（(4) 里的阴影部分）来标示。

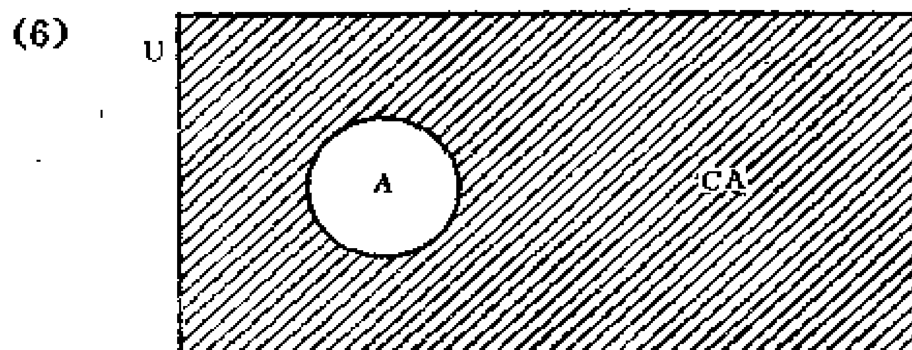
(5)



用同样的方法，A,B,C 和 D 的并（包括至少是 A,B,C 和 D 四个集合中一个集合的元素的所有对象的集合）可以用 $\cup\{A,B,C,D\}$（(5) 里的阴影部分）来标示。

一个更重要的概念是一个集合的补。给出一个特定的论域 U，例如所有人类的集合，和这个集合的一个子集 A，例如所有法国人的集合，这样，我们也可以谈论所有不是 A 的元素的那些 U 的元素的集合，即所有不是法国人的人类的集合。因此，这个集合就叫作相对于 U 的 A 的补集。(6) 里的长方形是 U，圆圈是集合 A，阴影部分是 A 的补集，可以用符号 $\complement A$ 或 A^{-} 表示。

(6)



2.4 关系和函项

两个元素的集合叫作偶。如果我们决定把偶的元素看作在某

种方式上是有序的，我们就得到一个有序偶。表示有序偶，我们用尖括号〈〉代替波形括号{ }，(有时也用通常的括号( )。①当我们谈到非有序集时，我们所列举的元素的顺序是无关紧要的。因此{a, b}和{b, a}是同一集合。但是另一方面，有序偶〈a, b〉却不相同于有序偶〈b, a〉。要弄清楚这一点，我们在这里将简略地考察一下关系这个概念，关于关系这个概念，我们在第五章第八节中将进行较详细的讨论。一个二元关系，例如“比……更聪明”这种存在于两个个体对象之间的关系，这两个个体对象必须看作一个有序偶的元素。两个个别对象的顺序是重要的这一点是十分清楚的，‘亨吉斯脱比霍萨更聪明’和‘霍萨比亨吉斯脱更聪明’并不是同一回事。

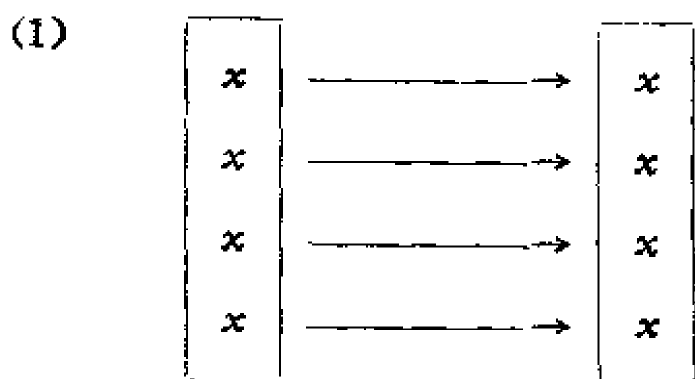
用同样的方法，我们可以讨论有序三元组（有三个元素），四元组（四个元素），五元组(五个元素)以及一般地说有序 n 元组。(这些各自对应于 3 元、4 元、5 元和 n 元关系)。一年的日数可以看作是一个有序 365 元组。

在逻辑学、数学和语言学中的一个非常重要的概念就是函项的概念。让我们举一个例子。每辆摩托车有一个执照号码。现在

① 虽然这是大部分教科书（如在上面注①中提到的那些书）介绍有序偶概念的方法，但是并不是完全正确的。正象正文中指出的那样，有序偶的概念是用来解释二元关系概念的。考察一下这样的情况：当某人或某物与他自己或它自己处于特定的关系，例如象欧底帕斯那样，他是他自己的继父。那末这种关系与哪一个有序偶对应呢？唯一的可能回答是由<欧底帕斯，欧底帕斯>所指称的有序偶。但是这不是两个元素的集合，因为第一个元素和第二个元素是完全相同的。因此我们想用来代替的，是一个抽象的对象，这个对象可以表现为由两个“空位”所组成的某种东西，在那里有序偶的第一个元素置入第一个空位，第二个元素置入第二个空位，并且，同一个实体可以同时占有两个空位。这两种可能性可以由两局‘游戏’来说明。设想我们面前有一个装有弹子的匣子。在所有两局游戏中，参加游戏的人都必须两次从匣子中选择一个弹子，但是在第二局游戏中，他在作第二次选择之前，把第一次选择的弹子先放回去，这样，如果他愿意的话，他可以在另一次再次选取它。只有在第一种情况下，我们才必然地得到一个两个元素的集合。因此我们可以对应于两局游戏区分两个概念：一个有 n 个元素的有序集合和一个有序 n 元组，只有第二种允许一个元素出现在不同的位置。因此，一个有序偶是一个有序二元组。

考察所有摩托车和所有执照号码的集合。我们用(1)来表示。

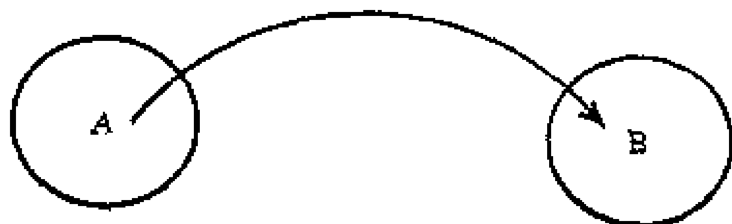
(1)



每个x表示它那个集合里的元素(当然应该有更多的元素)。从左边的集合,即所有摩托车的集合中的每个元素都有一个箭头指向右边集合中的一个元素,即属于那辆车的执照的号码。用这种方法,我们得到一个巨大数目的有序偶,这些有序偶的第一个元素是一辆车而第二个元素是它的执照号码,例如,〈约翰·史密斯的车,AAA 111〉。对第一个集合的每一个元素,我们指派第二个集合中的一个元素。这样的一个指派就叫作一个函项。为了有函项,第二个集合的每一个元素都必须确定地对应于第一个集合中的一个元素(第一个集合中的几个元素共同对应于第二个集合中的一个元素,这是可能的)。换句话说,箭头可以集中但决不能分散。(在第五章第八节中讨论关系的形式属性时,我们将回到这个问题上来。)

假设我们现在有象(2)的两个集合A和B,和对每个A的元素指派一个B的元素的函项(用箭头这个符号来表示)。于是我们说有一个从A到B的函项,或者把A映射到B内(maps A into B)的函项。后一说法初看起来似乎很生疏,但是在专门的语言学

(2)



文献中是常用的。例如，在转换语法中，一个转换就可以看作把一个结构的集合映射到另一个结构的集合内的函项。一个更为奇特的说法是，对于每一个"进入"这个转换的结构，都确定地有一个结构从这个转换中生成出来。

关于函项的更多的日常例子可以在任何一本有统计表格的书中找到。例如，我们可以找到一张记录着欧洲的国家和它们的人口的表(3)。

(3)

阿尔巴尼亚	2，337，600
安　道　尔	25，000
奥　地　利	7，456，403
……	……

这样一张表表示一个函项，其中左边一栏对应于(2)中的集合 A，右边的一栏对应于集合 B。换句话说，我们有一个把国家的集合映射到人口数目的集合内的函项。

这里有更多的术语需要解释。左边一栏中的每一个项是函项的主目(argument)，右边一栏中对应的项就是对那个主目来讲的函项的值。函项本身用从 f 起的小写字母表示，当我们写下 $f(x)$ 时，我们的意思是，对于主目 x 来说，这个函项所具有的值。如果 f 是上面表里表述的函项，我们可以写，例如，f(瑞典) = 8,000,000，意思是对于主目瑞典来说，函项取值为 8,000,000，——换句话说，瑞典的人口是八百万。

一个函项的所有可能的主目的集合(例如 (2)里的集合 A)叫作函项的域(domain)，而函项的所有可能的值的集合叫作函项的值域(range or co-domain)。

如果B的每一个元素是 A 里的某个元素的函项的值，我们说这个函项将A映射到 B 上(maps A onto B) (而不是B内)。如果 A 和B 是同一集合，即函项将A 映射到它自身上，这个函项就叫做一

次运算。在数学中，这种运算的一个例子就是“……的立方”，它把数映射到数上（例如3的立方是27）。如果从1到任意数 n 的自然数被映射到另一个由对象组成的集合 A 上，我们便得到一个序列（结果，A 里的每个元素都得到一个或更多的数）。有些函项具有一个以上的主目。作为一个例子，考察一下世界各大城市之间的以英里计算的距离表。如(4)。

(4)	柏林	布宜诺斯艾利斯	开罗	加尔各答
柏林	——	7,402	1,795	4,368
布宜诺斯艾利斯	7,402	——	7,345	10,265
开罗	1,795	7,345	——	3,539
加尔各答	4,368	10,265	3,539	——

在这里，函项取一对城市作为主目，并且取一个距离作为它的值。

我们下面谈谈以后对我们会有某些用处的一种特殊的函项用以结束本章。让我们考察一下 A 和 B 两个集合，其中 B 是 A 的子集。例如，A 可以看作英国议会议员的集合，B 可以看作属于多数党的议员的集合。接着选取只包括两个元素的第三个集合 C，例如由数字1和0组成的集合。现在我们可以构成一个函项，这个函项对任何一个同时是 B 的元素的 A 的元素赋值1，对不是 B 的元素的 A 的元素，即如果相对于 A 来说，它处在 B 的补里，就赋值0。这个函项就叫作相对于 A 的域的集合 B 的特征函项。

关于两个元素的集合的选择实际上是任意的，因为任何一对对象都可以加以选择，只要它们能够把我们所要刻划其特征的集合的元素从该集合的补中区别开来就行。在逻辑学中，一般将真值的“真”与“假”（这一点我们在第三章第四节将重新提到）同用作特征函项的值域的两个任意对象等同起来。

练　习

1．用符号表示：

(a) b 是 C 的元素

(b) C 是 D 的真子集

(c) A 和 C 的并

(d) 由 d、e、g 等元素组成的集合

(e) d 不是 A 和 B 之交的元素

(f) A 的补是 B 和 C 之并的真子集

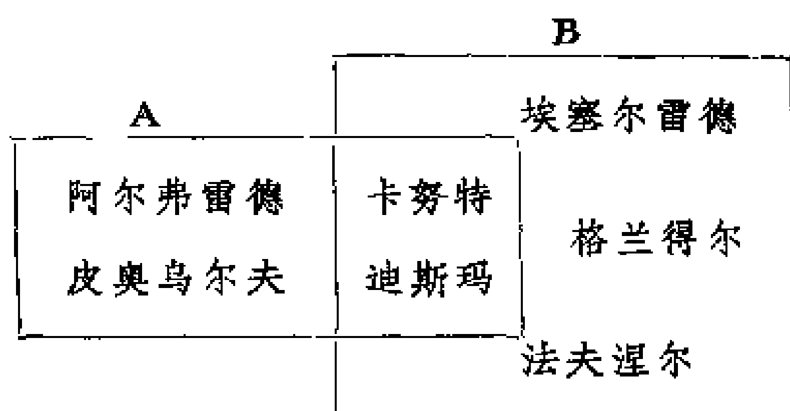
2．将下列表达式翻译成习用的汉语：

(a) $\{x|x$是一个男孩并且玛丽吻了$x\}$

(b) $\{x|x$是丹麦人$\}\cap\{x|x$是一个哲学家$\}$

3．{伦敦，爱丁堡，都柏林}的幂集是什么？

4．考察下面的图。



下列陈述中哪些是真的，哪些是假的？

(a) 阿尔弗雷德是 $A\cup B$ 的元素。

(b) 阿尔弗雷德是 $A\cap B$ 的元素。

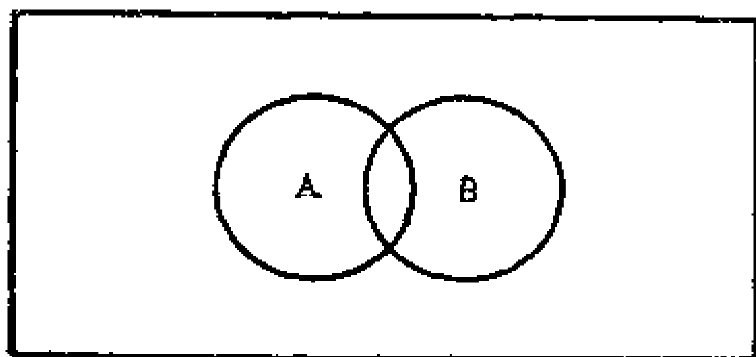
(c) $A\cap B$ 有两个元素。

(d) {埃塞尔雷德，法夫涅尔}$\subset(A\cup B)$。

(e) {埃塞尔雷德，法夫涅尔，格兰得尔}$\subset(B-A)$。

(f) {埃塞尔雷德，法夫涅尔，格兰得尔}$\subseteq(B-A)$。

5. 把相应于$\complement(A\cap B)$的集合的部分划上阴影线。



6. 下列各陈述哪些是真的，哪些是假的？

(a) $c\in\{a, b, c\}$

(b) $d\notin\{a, b, c\}$

(c) $\{a, b, c\}\subset\{a, b, c\}$

(d) $\{a, b, c\}\subseteq\{a, b, c\}$

(e) $\{a, b\}\subseteq\{a, b, c\}$

(f) $c\in\{b, \{c\}\}$

(g) $\{c\}\in\{b, \{c\}\}$

7. 找出下列函项的域和值域。

(a) '……的首都(城市)'

(b) '……的妻子'(在一夫一妻制社会中)

(c) '……的校长(或女校长)'

第三章

推理和语句的逻辑分析①

3.1 推理

比较下面两个论证②：

（1） 约翰所有的朋友都是我的朋友，
我的朋友都是好的，
所以，约翰所有的朋友都是好的

（2） 约翰所有的朋友都不是我的朋友，
约翰所有的朋友都不是好的。
所以，我的朋友都不是好的。

我们立即发现（1）和（2）之间的差别：如果我们按照（1）那样推理，我们就在正确地思维；如果我们按照（2）那样推理，我们就在不正确地思维。我们说在（1）里结论（由'所以'开头的语句）是从前提（用作论证的基础的语句，这里是（1）和（2）的前面两个语句）推出来的。当一个结论是从它的前提推出来的时候，那总是如果前提真，那末结论也真。在（2）里，即使前提是真的，结论也不一定是真的。当然结论也可能是真的，但是这并不依赖于它同前提的联系。然而在（1）里，我们可以肯定，假如前提

① 第三章到第五章的材料曾经在很大一批教材中讨论过，其中一部分是卡尔纳普(1967)，赖辛巴赫(1966)，瑞斯尼克(Resnik)(1970)，斯特劳森(Strawson)(1967)，塔尔斯基(Tarski)(1965)和托马森(Thomason)(1970)，所有这些都是值得推荐的。赖辛巴赫和斯特劳森是其中最倾向于语言学方面的。在这方面有所前进的是安德森(Anderson)和约翰斯通(Johnstone)(1962)，范·弗拉森(van Fraassen)(1971)，梅兹(Mates)(1965)和门德尔森(Mendelson)(1964)。

② "论证"(Argument)这里用的是支持结论的理由这个通常的意义，而不是在第二章引进的那个输入于函项的专门的(即"主目"——译者)意义。

是真的，结论也就是真的。因此，(1)是一个在逻辑上有效的推理。

逻辑学的一个最重要的方面是研究有效的推理和那些必然是真的语句。有两种主要的推理类型：一类是必然有效的推理，一类是具有或大或小概率的有效的推理。

每种推理类型同一个特定的逻辑研究的类型相联系。必然有效的推理在演绎逻辑中加以探讨，而带有某种程度概率的有效推理则在归纳逻辑中来研究。注意下面两个例子，这两个例子可以说明演绎推理和归纳推理的区别：

(3) 演绎推理

前提：如果天下雪，那么天就冷，

天下雪，

结论：天冷。

(4) 归纳推理

前提：当天下雪的时候，通常是天冷的，

天下雪，

结论：天冷。

我们可以看出归纳推理的结论是在带有一定的概率的条件下有效的，而不象演绎推理那样具有必然的有效性。

迄今为止，人们对演绎推理比对归纳推理有过更深的研究。而且因为演绎推理为语言结构提供了十分引人入胜的洞察力，因此我们下面只讨论演绎逻辑。从现在开始，我们把"逻辑"这个词用作演绎逻辑的同义语。

因此，逻辑将是研究使一个推理必然有效或一个句子必然真这些属性的科学。因为有效推理是这样一种推理，在那里结论是由前提逻辑地推出的，因此逻辑的兴趣集中在逻辑推演 (logical entailment)或推断(consequence) 的研究。

逻辑的有效性和逻辑真理在一定意义上是完全不依赖陈述的或论证的事实的有效性或真实性的。逻辑的有效性和逻辑真理也

不依赖陈述或论证所涉及的论题范围的性质的。为了理解我们说的这些话的意思，我们可以考察一下某些推理的例子。

(5) 前提：或者是无政府主义者，或者是共产主义者，将获得最后胜利，

无政府主义者不会获胜，

结论：共产主义者将获得最后胜利。(注：译者有改动)

注意这一论证的有效性并不依赖于无政府主义者和共产主义者做些什么，以及谁会获得最后胜利。我们可以看者下面的具有同样的类型并以同样的方式而有效的论证：

(6) 前提：或者是哥伦布，或者是雷夫·艾利克森首先发现美洲，

哥伦布没有首先发现美洲，

结论：雷夫·艾利克森首先发现美洲。

(5)(6)两个论证所共同具有的、并使它们有效的那些特性，我们称之为论证的逻辑形式。在下面一节中我们将更严密地考察这一概念。

为了说明论证的有效性完全独立于它的前提和结论的事实上的真，我们再看看下面三个论证。

(7) 前提：猫头鹰和狐狸都是鸟，

结论：猫头鹰是鸟。

(7) 是一个有效的推理，尽管它的前提事实上是假的，只有它的结论是真的。

(8) 前提：如果月亮是一块绿色的奶酪，那末每个人都快乐，

月亮是一块绿色的奶酪，

结论：每个人都快乐。

(8) 是一个有效的推理，尽管它的前提和结论可能都是假的。

假如象(9)那样，试图把一个真前提和一个假结论结合在一起，那末我们将发现结果不可能是一个有效推理。

(9) 前提：所有的鲸都是哺乳动物，

结论：鲸是鱼。

因此，逻辑推理是保持真值的推理，它告诉我们，假如前提是真的，那末情况将必然会是怎样的。换句话说，假如一个论证的前提是真的，结论也必然是真的。因为逻辑推理的有效性和逻辑真理是不依赖于事实的真的，因此它们常常被说成是依赖于在所研究的论证中出现的那些语句的形式(结构)和意义的。为了集中注意于在前提真的条件下必然是真的东西，逻辑不去管说出来的话是不是的确为真的问题。前提和结论的事实上的真不是逻辑问题。虽然如此，假如前提恰巧是真实的，那末由之引出的结论自然也是真的。

逻辑的有效性和逻辑真理是某种形式的东西，这种形式的东西常常被解释为逻辑的有效性和逻辑真理依赖于一个语句或一个论证的形式(结构)，而不管它讲的是什么。正因为这样，逻辑推理(逻辑真理)可以说是有效的(真的)，而不管那个世界是什么样子。

3.2 逻辑形式

现在让我们考察一些由一个语句表达论证的例子。

(1) 所有的人都是要死的，所以有些人是要死的。

(2) 所有的天鹅是白色的，所以有些天鹅是白色的。

(3) 并非所有的人都是聪明的，所以有些人不是聪明的。

(4) 并非所有的天鹅都是白色的，所以有些天鹅不是白色的。

我们再一次看到，是这些语句的逻辑形式，而不是它们讲的是什么，决定着论证的有效性。我们不能把这种有效性追溯到这个语句所涉及到的事实的真。(2) 这个论证是有效的，虽然事实上并非所有天鹅都是白色的。也有黑的天鹅。论证的有效性只是依赖于这样的事实：如果前提是真的，那末结论必然是这样的。

人们可以这样说，如果我们假定前提是真的，那末前提的逻

辑形式就决定着什么是真的(即能引出什么结论)。当逻辑形式或者前提确实具有该结论作为其后承的时候，这个论证就是有效的。前提说的是什么这一点是无关紧要的。它们可能事实上是真的，也可能是假的。在逻辑里，我们仅仅关心前提的真能否确实推演出结论的真，而完全不顾实际情况究竟怎样这一问题。

现在我们将研究人们为什么能说逻辑的有效性依赖于语句之间和语句的成分之间的某种形式关系。这些形式关系常常依赖于某些逻辑词语或小品词。在上面四个例子里，这些逻辑小品词是'所有'、'有的'和'不'。现在我们可以用下面的方式写出上述四个例子：

(1) 和(2) 所有的S都是P，所以有的S是P

(3) 和(4) 并非所有的S都是P，所以有的S不是P

现在这四个论证的逻辑形式变得更加清楚了，因而我们可以更容易地看出使这个论证有效的形式上的关系。

逻辑中的一个重要原理，我们现在可以表述为(5)：

(5) 如果一个具有某种逻辑形式的论证或语句是逻辑上有效的或真的，那末所有具有同样逻辑形式的论证和语句相应地都是有效的和真的。

这里要提醒一点：逻辑形式同传统语法中的所谓语法形式是不一样的。事实上，要确切地断定语法形式和逻辑形式如何相对应，这是一个十分困难的问题。象我们在本书后面将要看到的，许多关于逻辑形式和语法形式之间的关系的理论，最近几年已经被提出来。例如有人认为逻辑形式可以同在转换语法中所出现的各种说法诸如"深层结构"、"概念结构"或者"语义表现"等概念等同起来。

显而易见，当推出逻辑结论时，只考虑表层语法结构是不够的。考察下面两个语句：

(6) 理查德是一个独眼的凶手。

(7) 理查德是一个假定的凶手。

虽然(6) 和(7) 具有非常相似的表层结构，但是(8) 所表述的结论只能从(6) 里得出。

(8) 理查德是一个凶手。

由于逻辑形式(结构)的概念在逻辑学中是如此重要——我们已经看到，那就是决定逻辑的有效性和逻辑真理的形式——所以逻辑学的最重要的任务是尽可能精确地并且清楚地把逻辑形式的特性描绘出来。这样做的一种方法是寻找一种能够反映语句的逻辑形式和存在于语句的逻辑形式之间的逻辑关系的表达式或标记(notation)。

3.3 语句和命题

我们说过逻辑是与推理，也就是与人们如何从前提达到结论有关系。当我们提出前提和结论的概念的时候，我们把它们说成与语句有关。因此，看来似乎逻辑研究的是语句之间的关系。这并不是完全正确的，至少当人们把"语句"作为声音或字母的一定序列的时候。再看看语句(1)。

(1) 约翰所有的朋友都是我的朋友。

如果我们听到这句话时，我们是否清楚能从这句话得出任何关于个别对象的结论呢?

不是，首先我们必须知道谁讲这句话，否则我们就不知道'我的'指的是谁。要想知道从一个语句里可能得出什么样的推理，就必须首先知道这个语句关于客观世界说了些什么。同样的语句由不同的人或在不同的时间里说出来，可能讲出关于客观世界的极不相同的东西。例如，约瑟芬在 1806 年 1 月 6 日下午 2 时谈到拿破仑时，她说"他现在饿了"，同克鲁普斯卡雅在 1920 年 1 月 7 日下午 3 时谈到列宁时说的同样一句话比，说了完全不同的东西。

其中一句是关于拿破仑的陈述，而另一句是关于列宁的陈述。

我们在一个推理中论述的是一个语句对客观世界说了些什么，而不是把语句当作声音和符号的序列。我们将引进**命题**①这个名词来指一个语句关于客观世界说了些什么。

就象我们已经看到的，同样的语句在不同的场合可以表达不同的命题。反之，不同的语句可以表达同一的命题。在星期一说'今天星期一'这个语句，和在星期二说'昨天是星期一'，表达的是同一个命题。

如果我们在日常语言中想指出一个命题，我们常常引用一个'*that*'子句。因此，传统的关于直接引语和间接引语的区分，可以说成是谈及语句和谈及命题的区别。比较（2）和（3）：

(2) John Lackland said, 'Taxes are good for peasants.'（约翰·莱克兰说："税收对农民是有好处的。"）

(3) John Lackland said THAT taxes were good for peasants.（约翰·莱克兰说税收对农民是有好处的。）

只有当约翰·莱克兰使用了 *Taxes are good for peasants* 这些词语时，（2）才是真的。如果他表达的是'that'子句'*that taxes were good for peasants* 的内容，那末（3）是真的。他可以使用其它词语或者另外一种语言：

(4) Skatter är bra för bönder.

(5) It is beneficial for the peasantry to be taxed.

在(3)里，我们用了间接引语，因此我们说约翰·莱克兰断言的是一个特定的命题而不是一个语句。

日常语言为命题是出现于推理之中这一观点提供了根据。把'真(true)'和'蕴涵(imply)'这类表达式用于 *that* 子句，比用于直接引语要更加自然得多。下面(a)这类语句比(b)这类语句更为可取。

① 因为"命题"这个名词在语言学和逻辑学中有几种其他用法，为了防止误解，作一些说明是适当的。

(6) (a) It is true that snow is white.（雪是白的，这是真的。）

(b) 'Snow is white' is true.（"雪是白的"是真的。）

(7) (a) That snow is white implies that snow is not black.（雪是白的蕴涵雪不是黑的。）

(b) 'Snow is white' implies 'snow is not black.'（"雪是白的"蕴涵"雪不是黑的"。）

我们可以使用陈述（statement）这个词以代替"命题"，陈述这个词在日常语言中常常就意谓着命题。而使用"陈述"的缺点在于：这看来似乎蕴涵着某人在陈述——某人在说出这个陈述。

不管语句和命题之间的复杂关系，并且设想每个语句严格地对应着一个命题以及反过来每个命题严格地对应着一个语句，这在逻辑里是十分普遍的。有的逻辑学家，如W. V. O. 奎因（Quine），甚至认为命题是一种多余的实体。事实上，只要人们避免象人称代词（'我'、'你'、'他'）和时间状语如'今天'、'现在'、'明天'这些其解释需要依靠言语环境（进一步参看第142页）的表达式，那末在某种程度上不去区别语句和命题也是可能的。因此人们可以使用"语句"和"命题"这两个术语而不加区别。我们将在下面继续这样做，但在读者头脑中要永远注意这种区别。

3.4 可能世界和命题的真值集

运用集合论，我们可以形式地解释命题这个概念。为了达到这一点，我们引进可能世界这个概念（在日常谈话中我们常常使用场合或情况这样的词语来代替"世界"）。

这个概念粗略地讲是这样的：我们可以把我们生活于其中的世界想象为同它的实际情况多少有些不同，并且似乎也可以有意义地谈论象下面那个句子里那样，如果这个世界是另外一种状

况，将会发生什么情况。

(1) 如果今天早晨没有下过雨，我们可能到农村去了。

因此我们可以说，有种种不同的"这个世界可能存在的方式"。代替这个复杂的表达式，我们将采用简短的表达式"可能世界"。①

我们已经说过，一个命题就是一个语句在一个特定的场合关于这个世界说了些什么。我们可以从不同方面说明这个问题。现在让我们说一个特定的命题，例如，林肯赞扬杰佛逊·大卫 (Jefferson Davis)，是真的。这就等于说，我们的世界是这样的可能世界的集合中的一个世界，在这些可能的世界中，断定林肯赞扬了杰佛逊·大卫。对于每一个命题我们都能找到可能世界的一个集合，在那里这个命题是真的。我们将这个集合称为命题的真值集。因此，刻划一个命题特征的方法之一是给出它的真值集，即该命题在其中为真的那些可能世界的集合。

同样，一个可能世界的特征可以由在这个世界里是真的命题的集合来表示（这样也就描述了它）。

解释同样观念的另一个方法是用讨论真值集的特征函项来代替真值集本身。这样，我们得到一个函项，这个函项给每个可能世界赋予一个"真"值或"假"值。当然，有一些逻辑学家把命题同这个函项等同起来。因此，你会发现这样大致的表述，"命题是从可能世界到真值的函项"。也许某一种比喻可以使人更容易掌握这个观念。设想命题是加在可能世界上的一个条件。想象有一个超自然的东西在一个大口袋里装有所有的可能世界，然后把它们一个一个地拿出来，并且按照是否符合这个条件（即这个命题在那个世界里是真的还是假的）来加以分类，或者更确切地说贴上"真"或"假"的标签，象一个政府的检察员根据货物是否符

① "可能世界"是由莱布尼兹在他的《论形而上学》中提出的。莱布尼兹认为我们的世界是所有可能世界中最好的世界。关于这一观点的讨论，请看伏尔泰(1759)。

合规格把“准许”或“不准”贴在货物上一样。这样，命题就是把世界分为两个范畴的原则：一些世界这个命题在那里是真的，一些世界这个命题在那里是假的。在这个意义上，一个命题就是（或者这样说更好一些）相当于一个从可能世界到真值的函项。

3.5 分析性语句和综合性语句

分析性真理常常作为比逻辑真理高一级的概念而被引入。所有的逻辑真理都是分析性的，但是有的分析性真理却不是逻辑真理。那些同时是逻辑真理的分析性真理，例如：

(1) 水既是又不是一种化学元素，这不是真的。

被认为是真的，是因为它们的逻辑形式，而另外一些分析性真理则依赖于不属于语句或论证中的“逻辑”词汇的那些语词之间的某种语义关系。同义关系（意义上相同或相似）和下义关系（意义上的包含）是这类语义关系中最常见的关系。① 下面(2)是一个例句，这个语句由于部分同义关系因而是分析性的真的，却不是逻辑上的真的：

(2) 所有单身汉都是未婚的。

下面的(3)是个推理，由于下义关系，它是分析性有效的，而不是逻辑上有效的：

(3) 前提：这是玫瑰。
结论：这是花。

依靠逻辑形式的那些分析性真理和依靠语义关系的那些分析性真理之间的区别是程度上的而不是范畴上的。在一个语句里一个人把哪些叫形式(或结构)，把哪些叫意义，在某种程度上讲，是任意的。归根到底，一个词是否属于逻辑词汇是一个判定的问题。

① 参看莱昂斯(Lyons)(1968)和凯茨(Katz)(1972)关于这类关系的讨论。

如果人们否定一个分析性地真的语句，他得到的句子由于它的形式或意义而必然是假的，即必然是一个分析性地假的语句或一个矛盾式，例如(4)：

(4) 所有单身汉都是未婚的，这不是真的。

分析性地真的语句和分析性地假的语句都可以叫做分析性语句。① 它们的共同点在于它们的真实性不依赖于世界是什么样子。一个分析性地真的语句在所有的可能世界里都是真的，而一个分析性地假的语句在所有的可能世界里都是假的。我们可以说分析性地真的语句的真值集是1 (所有的可能世界的集合)，而分析性地假的语句的真值集是0 (空集)。

非分析性的语句叫做综合性的语句。它们的真或假依赖于世界的状态——换句话说，它们在某些世界里是真的，而在另一些世界里则是假的。综合性的语句的例子如：

(5) 查理一世是在一六四九年被杀头的。

正象逻辑真理和分析性真理之间的界限在一定程度讲是任意的，在分析性语句和综合性语句之间也没有一成不变的界限。(6) 是不是分析性的语句?

(6) 约翰的汽车是有颜色的。

在我们的世界里似乎所有物体都必定是有颜色的。这在所有的可能世界里都是真的吗？一直到现在，我们对这些问题还没有较好的回答；我们仍在期待着一种理论，它能从原理上联系并区别综合性真的语句、分析性真的语句和逻辑上真的语句。

3.6 简单句和复合句

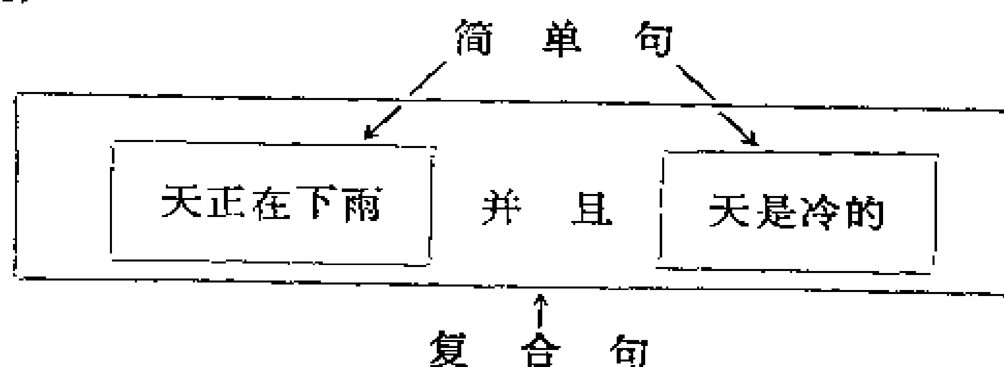
关于逻辑结构的传统概念的一个重要特征是所有语句都能够

① 有时“分析性语句”这个术语只限于指那些分析性地真的语句。

化为简单句或原子句。然后，这些简单句通过多种方法互相结合或互相联系起来形成复合句或分子句。每个语句不是简单句就是在特定的方式下由简单句构成的复合句。

区别简单句和复合句对于逻辑学不是一个新的或特有的问题。这个问题同样存在于传统语法中，在传统语法里，简单句之间的句法上的依赖性早已在“并列关系（‘coordination’）”和“主从关系（‘subordination’）”（并列结构（parataxis）和主从结构（hypotaxis））这两个标题下加以研究了。下面(1)表示人们如何使用“并且”连接两个简单句形成一个复合句。

(1)



3.7 逻辑分析的深度

逻辑形式的分析可以在不同平面上或在不同的精确程度上进行。划分逻辑的传统方法是按照实行分析的精确水平来区别的。

逻辑分析的最粗浅的方法是人们仅仅对存在于简单句和复合句之间的逻辑关系进行研究，而把简单句内在的逻辑结构的分析完全排除在外。简单句被认为是未加分析的整体，并且把注意力仅仅集中在它们之间相互联系的方式。

关于不同于语句内部关系的语句外部关系的研究是在语句逻辑或命题逻辑中进行的。如果我们也注意简单句内在的结构，那末我们就有了谓词逻辑（参看第五章）和各种类型的模态逻辑（参看第七章）。

第四章

命题逻辑

4.1　联结词

作为复合句组成部分的简单句之间的逻辑关系，常由称作语句（或命题）联结词来决定。一个语句联结词是一个词或短语，这些词或短语通常属于传统语法的连词范畴（*and*（并且），*or*（或者），*therefore*（所以），*because*（因为），*since*（因为），*but*（但是），*before*（在……之前），*as*（由于），*even though*（即使）以及 *if*…*then*（如果……那末）。

在以下的例子中可以清楚地看到联结词按着逻辑上不同的方式把语句连结在一起。

(1) 比尔是个工团主义者，即使他读伯克的书。

(2) 比尔是个工团主义者，并且他读伯克的书。

(3) 比尔是个工团主义者，或者他读伯克的书。

在所有三个例子中都是两个简单句连结在一起，但是由于所选择的联结词的不同而具有不同的效果。

可以从三个语句能够引出的结论中更好地看出我们的确在论述不同的逻辑关系。从(1)中可以大致得到这样的结论：人们认为工团主义者是不读伯克的书的。但是从(2)(3)中得不到这样的结论。(3)并不意味着两个语句都是真的，而只是说两个语句中至少一个是真的。

由于在命题逻辑中我们并不关心语句的内部结构，而仅仅关心语句之间的逻辑关系，因此我们引进所谓语句（或命题）变项，也就是能够代替任何陈述句的符号。作为变项，通常选用 p

以后的小写斜体字母表示。用语句变项，上面三个例子可以象下面这样表示：

(1′) p 即使 (even though) q

(2′) p 并且 (and) q

(3′) p 或者 (or) q

现在我们对语句使用变项，而用词表示逻辑结构。不管我们用变项代表什么陈述句，逻辑结构仍然保持不变，因为它仅仅依赖联结词的性质，而不依赖简单句的内容。

在逻辑学中，具有永久性的非变项意义的符号叫常项。由于语句联结词具有这样的性质并且也是我们曾经称之为逻辑词汇的一部分，因此这些联结词就被叫作逻辑常项，即通过它们的永久性意义和功能决定着它们出现于其中的语句的逻辑结构的符号。变项在那里表示构造起来的内容，而常项则表示结构本身。除了语句的联结词外，象量词和模态算子（我们将在下面研究）通常也算作逻辑常项。

在命题逻辑中，历来只注意日常语言中的四个语句联结词，即*and*(并且)，*or*(或者)，*if*…*then*（如果……那末）和*if and only if*（当且仅当）(如果最后这个可以看作一个日常语言的联结词的话）四个联结词。另外也还研究否定（*not*(并非)）是怎样作用于语句的。

大多数日常语言的联结词还没有研究过。象*therefore*（所以），*since*（因为），*while*（当……时候），*although*（虽然），*before*（在……之前）这样一些词，就它们对语句逻辑结构的作用这一点而论，也几乎完全没有研究过。

这里有两个原因。首先，也可能是最重要的原因是，到目前为止，人们研究逻辑首要的目的是为了数学上的兴趣，这就使注意集中在普遍存在于数学推理中的那几种推理上。因此对于许多运用日常语言的种种类型的推理的探索相对来说是比较少的。

另一个理由从理论的观点来看是更为重要的。它涉及到自然语言联结词是真值函项的这样的范围。为了理解这个问题，我们必须引进真值这一术语。每个陈述句都有一个而且只有一个真值。一个真的语句具有"真"的真值，而一个假的语句具有"假"的真值。我们分别把这两个真值缩写为"t"和"f"。现在看看下面的例子：

(4)It is warm and windy.(天气暖和而且多风。)

(4) 可以用一种逻辑上更为明显的形式加以解释：

(4′) It is warm and it is windy. (天气暖和而且天气多风。)

如使(4′) 这个表达真，(5)(a)和(5)(b)必须真。

(5) (a) It is warm.(天气暖和。)

(b) It is windy.(天气多风。)

只有由'并且'连结在一起的两个简单句是真的，复合句才真。如果两个语句中有一个语句是假的或者两个都是值的，那末复合句就是假的。因此我们可以说复合表达式的真值是这些简单句真值的一个函项。

一个联结词如果它具有这样的特性，即由它所连结的简单句的真值可以推算出由它构成的复合表达式的真值的话，那末这个联结词就是一个真值函项的联结词。我们借助下面两种语句格式可以把这一点稍微不同地表示出来。

(6) (a) ——— 并且 ———

(b) ——— 或者 ———

这里我们用线条代替变项。'并且'和'或者'都是真值函项的联结词，因此对那些由它们连结的复合句的真值完全决定于可以替换这些线条的语句的真值。

逻辑的一个极为重要的任务已经传统地表示为：正确的结论可以由一组前提推出，或者用另外的说法，结论保持着前提的

真。因此，了解联结词的真值函项的特性是很重要的。这些特性使我们能够判定一个论证的有效性，这是说，在此范围内，这是不依赖于简单句的事实上的真的。

并非所有联结词都是真值函项。请先看下列语句的差别。

(7) There is a thunderstorm and I feel good.（正在下雷暴雨并且我感觉良好）。

(8) There is a thunderstorm but I feel good.（正在下雷暴雨但是我感觉良好）。

(9) Since there is a thunderstorm, I feel good.（因为正在下雷暴雨，所以我感觉良好。）

为了使这些简单句构成的复合表达式真，'并且'和'因为'两者都要求它们连结的简单句是真的。如果这些条件满足了，带'并且'的语句是真的，但是带'因为'的语句就不是这样。这个语句仍然可能是假的。除了这两个简单句之间的真值函项的联系以外，'因为'还要求它们之间一个是另一个的理由。这就是说，要使带'因为'的复合句是真的，两个简单句都是真的只是必要的，而非充分的。因此，'因为'不是一个真值函项联结词。

如果我们转过来研究'并且'和'但是'，那末，当'但是'连结的两个简单句是真的时候，整个语句是真的。因此'但是'是一个真值函项。然而，在'并且'和'但是'之间仍然有差别，不过这种差别不是真值函项的，并且逻辑发展到现在为止还没有办法去讨论它。所有在命题逻辑中讨论的语句之间的形式关系都是真值函项的。

正象我们已经看到的，传统命题逻辑为两个因素所局限：只研究了真值函项的联结词；并且在这些联结词中，只系统地研究了那些与数学有关系的联结词。逻辑学家认为，引进更多的真值函项的联结词这一点并不重要，因为少量的真值函项已经熟悉，而且进一步可以化归为用一个函项表示的运算的组合，这就是所

谓的舍佛竖(Shetter's stroke)，写作|（$p|q$ 读作"并非既 p 又 q"）。

本来，逻辑学被看作是研究自然语言的逻辑性质的一种工具。人们希望通过把自然语言中的论证翻译成命题演算，以便在一种更明晰的形式下获得这个论证，从而可以更容易地看到它们是否有效。不管实现这样的翻译多么困难，带有模糊和歧义的自然语言必须把它转化为一种多少有点任意选择的无歧义的形式表达系统。因为这种系统在其它方面被认为是很大的进步，逻辑就变得越来越脱离自然语言的研究。我们到现在为止还未发现怎样才能最好地研究语句之间的非真值函项的关系并使之形式化，虽然我们将在第九章在某种程度上有所触及的语用学的研究可能对这个问题提供一种解决办法。

4.2 逻辑联结词的意义

现在让我们稍微严密一些地来研究一下命题逻辑中经常使用的五个联结词的意义。要求联结词是真值函项的联结词意味着它们在逻辑中具有明确而固定的意义，这些意义只部分地包含于它们在日常语言的用法之中。在下面一节我们将指出它们在日常语言和在逻辑中意义上的某些差别。这五个联结词是：合取①(*and*)，析取(*or*)，蕴涵(*if…then*)，等值(*if and only if*)和否定(*not*)。否定不是一个真正的联结词，因为它并不连结语句，而只每次作用于一个语句。所有这五个联结词在逻辑中都用专门符号表示。

4.2.1 否定～

下面的表达式通常与日常语言中逻辑否定相当。

① "合取"(conjunction)这个术语在逻辑中有特殊用法，只指"并且"(and)，而传统语法中conjunction(连词)这个术语在逻辑中或多或少地相当于"联结词"。

(1) (a) It is false that (……是假的)

(b) It is not the case that(并非……情况)

(c) Not (并非)

(d) It is incorrect that (……是不正确的)

(e) It is not true that (……是不真实的)

(f) It is wrong that (……是错误的)

否定在逻辑中用来构成一个复合句，它的真值是它作用于其上的简单句的真值的反面。因此，'正在下雪'是真的，'不在下雪'必然是假的，反过来也一样。这一点可以用下面的简化式表述出来。我们将使用语句变项和一个表示并非的专门符号～(还有¬和¯两个符号，但用得比较少)。

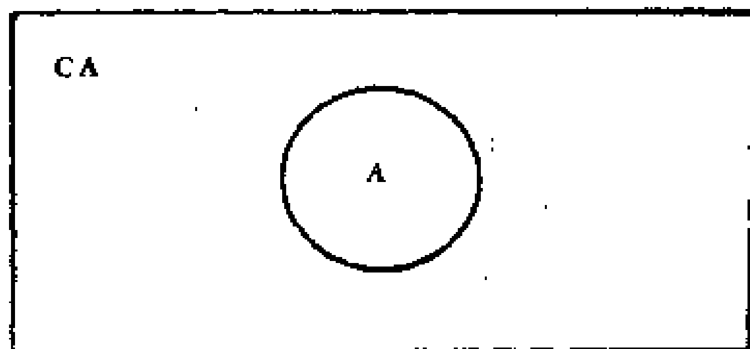
(2)

p	$\sim p$
t	f
f	t

$\sim p$(复杂句)的真值以p(简单句)的真值为基础来表示的这种类型的一个缩写式叫作**真值表**。

我们也可以用集合论来刻划否定式的特征。请看(3)。设A为p的真值集，即p在那里为真的所有世界的集合。作为$\sim p$的真值集将是p在那里为假的所有世界的集合——我们可以看出，这与$\complement A$是一样的，即A的补集。

(3)



象我们已经指出的，逻辑的否定并不完全等于日常语言中否

定表达式。日常语言似乎允许语句平面以下的否定，而这在命题逻辑中是不可能的。

(4) Non-students are not allowed. (非学生不准(入内)。)

我们不得不撇开否定前缀"non-"("非")并把(4)译成$\sim p$。另一个差别是在否定句中依靠重音和语调来强调不同结构成分的可能性，也在命题逻辑中消失了。比较(5)和(6)。

(5) Mary didn't kiss Bill.(玛丽没有吻过比尔。)

(6) *Mary* didn't kiss Bill.(玛丽没有吻过比尔。)

如果我们用正常的重音和语调，(5)就是"玛丽吻过比尔"的中性的否定句；但是在(6)里"玛丽"是重读音节，这似乎预设有另外的人吻过比尔。(5)和(6)之间的差别在命题逻辑中是没有的，两者都被译成$\sim p$。

(7) Harold Bluetooth did not think Alfred was fond of cakes. (哈罗德·布罗土斯不认为阿尔弗雷德喜欢蛋糕。)

最后，(7)对许多人讲是有歧义的，因为存在着这样一种选择，即可以把从句或者把主句解释为否定句。不可能希望在命题逻辑的形式表现中掌握得住这类复杂性。

4.2.2 合取 &

合取很象日常语言中的'并且(*and*)'。合取在逻辑中用来构成一个复合句，只有当借以构成这个复合句的所有简单句(这些叫作合取肢)是真的时候，整个复合句才是真的。如果某一个简单句是假的，那末这个复合句或合取式(通常的习惯是用逻辑常项的名称来代表由它构成的复合表达式)就是假的。因此(1)是真的，而(2)是假的。

(1) George was mad and Pitt was Prime Minister. (乔治发疯并且皮特是首相。)

(2) George was mad and Pitt was king.(乔治发疯并且皮特是国王。)

同样，我们可以用带有语句变项和作为合取符号的 & 的真值表来概括这个意思。

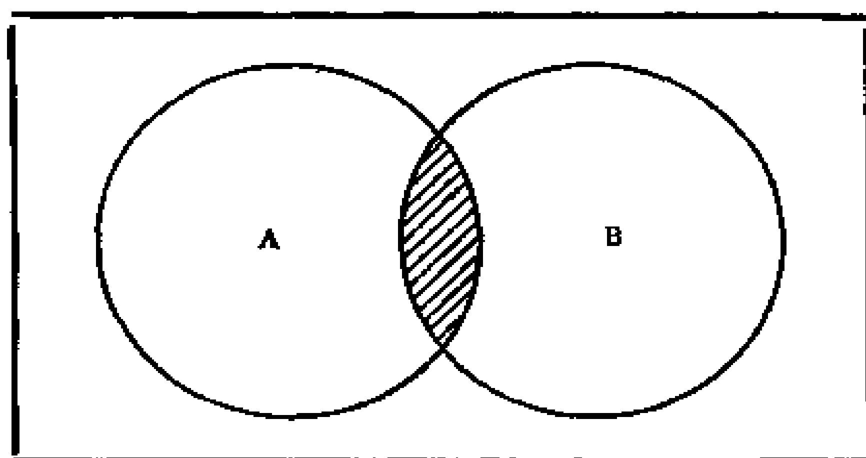
(3)

p	q	$p\&q$
t	t	t
t	f	f
f	t	f
f	f	f

我们看到这里已经把 p 和 q 的真值结合的所有可能性都列举出来了，而只有当两个合取肢都真时，整个合取式才是真的。

现在让我们研究一下 $p\&q$ 真值集和它所包含的简单句的真值集之间的关系。在(4)里，A 是 p 的真值集，B 是 q 的真值集。

(4)



作为 $p\&q$ 的真值集的是 p 和 q 都真的所有世界的集合。这和 A 与 B 的交集是一样的。概括地讲，作为一个合取式的真值集等于作为合取式组成部分的所有简单句的真值集的交集，这是真的。

观察合取和交之间的联系的另一种方式，可以用下面的方法说明。让我们假定艾格伯特(e)是一个国际象棋俱乐部 A 和一个足球俱乐部 B 的成员。那末 $e\in A\&e\in B$，这是真的。我们知道只有当所有构成合取式的语句都真的时候，这个合取式才是真的。

(5) $e\in A$	&	$e\in B$
t	t	t
t	f	f
f	f	t
f	f	f

因此只有当e同时是A和B的成员的情况下，或者换句话说，e是A和B的交的成员的时候，$e\in A$和$e\in B$的复杂合取式才是真的。

正象我们考察否定那样，逻辑的合取的意义也或多或少不同于日常语言的'和'。'&'只能用来连结语句，而'和'却能够用来连结低于语句平面的结构成分。在'约翰和皮尔'中的'和'不需要翻译就可接受。只有当被组合的各个词项能够分配到不同的语句里去的时候，译成复合句才有可能。

(6) John and Bill own a car.(约翰和比尔有一辆汽车。)

如果约翰和皮尔各有一辆汽车，(6)能分析成(7)那样的两个语句：

(7) John owns a car and Bill owns a car.(约翰有一辆汽车并且比尔有一辆汽车。)($p\&q$)

但是如果这两个人合有一辆汽车，这样的分析是不可能的，p作为一种翻译就足够了。

在日常语言中，用'并且'联结的短语常常表示事件的序列。如果人们改变了合取肢的顺序，事件的顺序也随着改变了。

(8) Gunnar lay down on the bed and died.(冈纳躺在床上并且死了。)

(9) Gunnar died and lay down on the bed.(冈纳死了并且躺在床上。)

在逻辑中，$p\&q$永远等值于$q\&p$①。这就使得逻辑上的合取成为

---

① 在数学术语中，合取是可交换的，即$p\&q\equiv q\&p$。

非时间性的，而不能处理‘并且’的时间性的侧面，这种时间性的侧面如果我们比较一下(8)、(9)两句，我们就可以清楚地看到。

在日常语言中‘并且’有许多别的用法。这些用法常常不能作为逻辑的合取加以分析。

(10) Touch me and I will kiss you.（接触我，并且我要吻你。）

(11) Run a mile every day and you will feel like a new man.（每天跑步一英里，并且你会感到象一个新人。）

可能把(10)和(11)分析为蕴涵比分析为合取好一些。

(10)(a) 如果你接触我，那末我就要吻你。

(11)(b) 如果你每天跑步一英里，那末你就会感到象一个新人。

在命题逻辑中，通常只容许两个语句合取。在日常语言中没有这种限制，例如：

(12) Julius smokes and Octavian wenches and Anthony drinks and Cleo moans.（朱利叶斯吸烟并且奥塔维求爱并且安东尼喝酒并且克来欧呻吟。）

没有东西能够阻碍构成这样一种命题逻辑，它是以这样的方式进行的，即让合取连结两个以上的语句。因此，我们把&放在它连结的语句的前面并且按照下列方法书写表达式是很实用的：$\&(p, q, r, s, t, u, v, w)$。自然，这种写法(这个所谓波兰标记法我们将在一个练习里引进）甚至可以用于只有两个合取肢的情况。这也适用于我们下面讲的一种联结词析取。另外需要指出的是，$((p\&q)\&r)$逻辑地等值于$(p\&(q\&r))$，这意味着任何规模的合取式都可以化归为一个二元合取的链（在数学术语中，我们说合取是结合性的)。

4.2.3 析取∨

析取很象日常语言中的'或者(*or*)'。析取在逻辑中用来构成一个复合句（这个复合句也叫析取式），只有当其中两个简单句（析取肢）都假的时候，整个析取才是假的。因此，对整个析取式的真来讲，只要有一个析取肢真就足够了。由此，根据我们现在的知识，(1) 是假的，但(2)是真的。

(1) 火星是一个卫星或者是一个黑洞。

(2) 火星是一个行星或者是一个黑洞。

用特殊符号∨表示的析取的真值表如下：

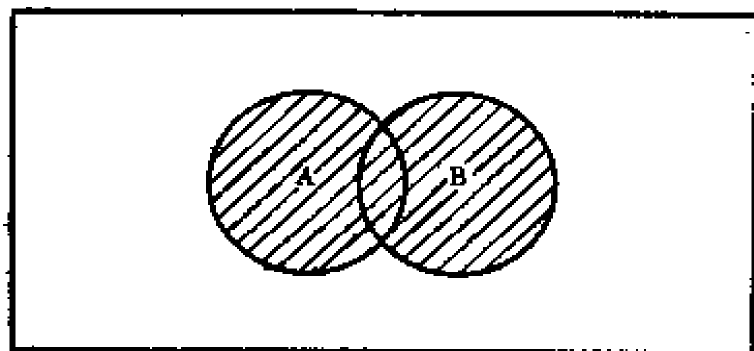
(3)

p	q	$p \vee q$
t	t	t
t	f	t
f	t	t
f	f	f

我们可以看出，只有当两个析取肢都假的时候，这个析取式才假；否则，它是真的。

在前一节里，我们知道合取相当于集合论的交集。现在我们来研究析取。在(4)里，A和B再次分别同p和q的真值集相对应。

(4)



作为$p \vee q$的真值集将是在那里p或q为真的所有世界的集合，这和A与B的并集是一样的。因此，作为一个析取的真值集等值于组成这个析取的那些简单句的真值集的并集。

我们也可以用另外的方式来证明合取和析取之间的联系。假定我们知道艾格伯特（e）是国际象棋俱乐部（A）的成员或是足球俱乐部（B）的成员，但我们不能确定他是两个俱乐部的成员或只是其中一个俱乐部的成员。这样，下面这个析取就是真的：$e\in A\vee e\in B$。我们知道只有当e是A和B的并集的一个分子的时候，语句$e\in A$和$e\in B$的析取才是真的。

同样，逻辑中的析取和日常语言中的'或者'的用法是有区别的。

常常会设想一种比较严格的析取类型，只有当一个析取肢是真的，整个析取才真。有时对这种联结词给以一个特殊的符号$\underline{\vee}$，称之为不相容的析取，以区别于$\vee$，后者称为相容的析取。它具有下面的真值表。

(5)

p	q	$p\underline{\vee}q$
t	t	f
t	f	t
f	t	t
f	f	f

这里当两个析取肢都是真的或都是假的时候，整个析取是假的。因此不相容的'或者'是真值函项的联结词，但它并不是逻辑中首先选出来进行陈述的那个'或者'。原因之一是：我们可以通过'并且'、'并非'和相容的'或者'用下列方法来表示不相容的'或者'：

(6) $(p\vee q)\ \&\sim(p\&q)$

从相容的'或者'出发，我们可以通过否定把p和q两者都说成真的合取，来排除p和q两者都真的可能性。这正是不相容'或者'的功能。起不相容作用的'或者'可以在'或者（either）……或者（or）'的语句、疑问句和祈使句中找到。

(7) Either God is good or he is not.（上帝或者是善的

或者不是善的。)

(8) Do you want red or white wine? (你要红酒还是要白酒?)

(9) Your money or your life! (要么给钱，要么丢命!)

在(10)中，我们可以发现具有比较明显的相容性的'或者'，当然，通常的情况下，对一个人来讲，两个析取肢可能都是真的。

(10) Everybody who is either a citizen of Sweden or has lived in Sweden during the past year is obliged to submit a tax return. (每一个人，他或者是瑞典的公民，或者是过去一年在瑞典居住过的，都必须提出税务申报书。)

还要指出的是，在正常说话环境中，与使用'或者'相伴随的不确定语气，在逻辑学中是不需要的。就逻辑有关的范围内，当一个人观察冬天下的第一场雪的时候，说出下面这样话是完全可以接受的。

(11) It's snowing or raining. (天正在下雪或者下雨。)

为了使一个析取式为真的唯一要求是有一个析取肢真。即使"天正在下雨"这一点可以完全排除，也还是这样。可是，在语言交际中却正常地包含着很多真值函项以外的性质。(11) 在我们描述的情景里可能被认为是一句非常奇怪的话，这一事实表明，在真值函项的性质之上还存在着决定我们关于话语解释的其它因素。对这些因素进行分析的一个建议是讲存在着一套旨在使在一个语言环境中的交谈者之间交换信息尽可能有效的交际准则。① 一个人以这些准则为基础，就可以说：如果人们可以说 p 或 q &q，就不该说 $p \vee q$，因为前两者由于它们的真实条件，比后者可以提供更加确定的信息。人们应该尽可能有效地利用语言表达

① 参看格莱斯(Grice)(1975)对这些准则的讨论。

式，使说出来的和没有说出来的都与所说的话被如何理解相联系。这通常是语言交流的一种暗含的假定。

4.2.4　蕴涵—→

命题逻辑中的蕴涵比我们讨论过的其它联结词更不同于与之相应的日常语言的表达式（‘如果……那末(*if…then*)’，‘如果(*if*)’以及有时候的‘并且(*and*)’）。让我们考虑一下日常语言中的关于‘如果……(那末)’的一些例子。

(1) 如果你认真地工作，(那末）你就可能疲倦了。

(2) 如果天下雨，(那末）就要潮湿。

(3) 如果亨吉斯特比霍萨胖，(那末）霍萨就比亨吉斯特瘦。

(4) 如果你是个好孩子，(那末）你将得到一块蛋糕。

在(1)和(2)里，‘如果……那末’表达前件和后件之间的一个“因果的纽带”。在(4)里，把前件和后件连结起来的是说话人允诺的义务。在(3)里，我们可以说用‘如果……那末’表达了一个逻辑的推断。在命题逻辑中，蕴涵只是从真值函项的角度来加以处理，因此它简单地规定：只要它的前件假或者后件真，一个蕴涵式就是真的。因此我们可以为蕴涵给出下面的真值表。作为专门符号，我们引进→（⊃是更通用的，但是它容易同集合论中的包含符号⊂相混）。

(5)

p	q	$p\to q$
t	t	t
t	f	f
f	t	t
f	f	t

真值函项的蕴涵通常叫作**实质蕴涵**，正如我们已经看到的，只有前件真后件假的时候这个蕴涵式才假。现在让我们看看这种蕴涵式是怎样与日常语言中的“如果…那末”相对应的。

一种情况相对来讲是没有问题的：一个'如果…那末'句子和一个→表达式一样，当它的前件真而后件假时是假的。请看(6)：

(6) 如果伦敦是英国的首都，那末英国就没有首都。

说当前件和后件都是真的时候这个蕴涵（这个复合句）也真，这看来似乎同样是自然的。但是，在日常交谈中，对于由'如果……那末'构成的句子常常有更多的要求。通常要求前件由某些象因果性或逻辑推断这样的非真值函项的纽带连结起来。参看例(1-4)。请看(7)：

(7) 如果肯尼迪是总统，那末卷心菜是蔬菜。

这里的前件和后件完全没有联系，但都是真的；而对一个复杂语句的真值函项的计算中，真值是唯一有关的考察对象，因此(7)必须同其他带有'如果……那末'的句子以完全相同的方式下加以处理，在这些句子里，除了前件后件都真以外，两者之间还存在着某种非真值函项的联系。

当一个蕴涵的前件是假的时候，情况就变得更坏了。请看打赌的例子：

(8) 如果明天下雨，那末我跟你打赌，不会去游览了。

如果关于下雨的条件不实现，那末这个打赌也就失去其约束力。我们似乎自然会认为这对于纯粹的陈述也是适用的。

(9) 如果狗是鱼，那末它们就不会游泳。

在任何情况下，当前件假的时候谈论任何有关蕴涵的真值都是毫无意义的。这种类型的例子（通常叫作**反事实语句**）甚至可以弄得更加荒谬。

(10) 如果我是看不见的，那末人人都能看到我。

假定(10)被分析为$p \rightarrow q$，而p又是假的，这在经验上是可能的。那末根据蕴涵的真实条件，$p \rightarrow q$就自动地变成真的了。

(11) 如果我是看不见的，那末没有人会看到我。

(11)似乎更加合理，但是它之所以真，根据的是同样的理由。

我们无法解释为什么我们直觉上认为（11）似乎是十分合理的，而(10)却似乎是完全荒谬的。两句话都被分析为$p\rightarrow q$，并且同样地用真值函项的方法加以处理。

(12) 如果卡努特是法国人，那末他是有才能的。

(13) 如果卡努特是法国人，那末他不是有才能的。

如果我们把前件后件分析为是由实质蕴涵联结起来的，那末即使(13)讲的是(12)的反面，两句话必须认为都是真的，因为它们的共同前件是假的。

即使把'如果……那末'分析为实质蕴涵，在多数情况下是不适当的，但还是有些东西说起来对它有利。看来，日常语言中那些在真值函项上与$p\rightarrow q$等值的逻辑表达式的对应部分，跟日常语言中与$p\rightarrow q$对应的部分具有大体相同的力量。$\sim p\vee q$在真值函项上等值于$p\rightarrow q$。实质蕴涵的真值表告诉我们，如果它的前件分句是假的或者后件分句是真的，它就是真的。这正是由$\sim p\vee q$所表示的："前件假或者后件真"。这可以由为$\sim p\vee q$构成的真值表来说明。

(14)和(15)分别是$p\rightarrow q$和$\sim p\vee q$的日常语言的对应部分。

(14) 如果我对了，那末我就欠你十美元。

(15) 要么我错了，要么我欠你十美元。

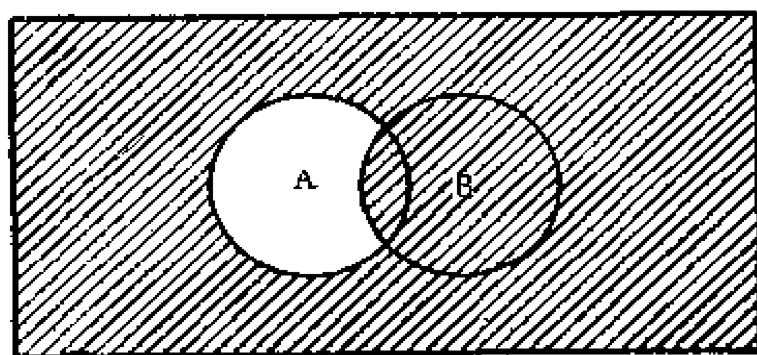
正如我们所看到的，这两句话的意思是完全一样的。这确实为我们所规定的对'如果……那末'的真值函项的分析提供了某种间接的根据。也曾有过试图以实质蕴涵为基础，用我们同析取联系起来讨论过的那种交际准则来分析'如果……那末'①。这样，我们上面讨论的把'如果……那末'分析为→所出现的某些荒谬的结果被解释为对这种一般交际准则的违背。

集合论中与蕴涵相对应的部分不象我们所讨论的其它联结词

① 关于这种类型的处理，参看格莱斯(Grice)(1975)

的对应部分那么直接。在(16)中，A 和 B 分别是 p 和 q 的真值集，阴影部分是 $p\rightarrow q$ 的真值集。(可以练习检查一下它与第 43 页的真值表符合的情况。)

(16)



4.2.5 等值≡

等值大体上相当于'当且仅当 (*if and only if*)'、'恰好(*exactly when*)'、'只有当(*only when*)'、'只有(*only if*)'。有时甚至单用'如果(*if*)'也能表示等值。在真值函项上，等值可以分析为双重实质蕴涵，一个是从前件到后件，另一个是从后件到前件。由于等值的分析立足于对蕴涵的分析，某些关于蕴涵的日常语言的对应部分的问题，也同样出现在等值中。

另一个有时会引起麻烦的问题是如何区分等值式和蕴涵式。我们打算用两个例子来弄清它的区别。

(1) 玛丽将通过考试，如果她的笔试成绩令人满意的话。

(2) 玛丽将通过考试，当且仅当她的笔试成绩是令人满意的话。

在(1)里，"通过笔试"对玛丽通过考试来说是一个充分的但非必要的条件。口试，红苹果，甚至一次温柔的调情都可能是另外的充分的手段。但是在(2)里，通过笔试对于通过考试不仅是一个充分条件而且也是一个必要条件。其它什么也不行。

由于一个等值式是两个蕴涵的合取，我们可以得出下面这个

等值的真值表。我们用专门符号≡（有时也用↔或⋑）。"当且仅当"（if and only if）经常缩写为'iff'。

(3)

p	q	$p \equiv q$
t	t	t
t	f	f
f	t	f
f	f	t

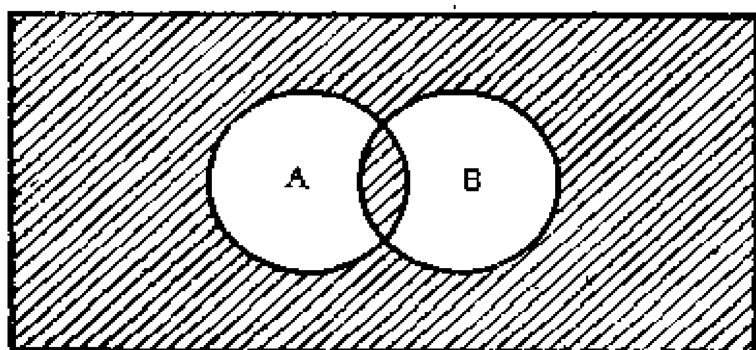
我们可以看出，只有当它所组合的简单句具有同样的真值的时候，这个等值式才是真的。如果我们把等值式看作两个实质蕴涵的合取式，我们就会了解为什么是这样的。

(4) $(p \rightarrow q) \& (q \rightarrow p)$

我们知道，一个合取式要求它所连结的所有语句都是真的，它才是真的。为了满足这个条件，或者 p 和 q 两者都是真的，或者都是假的。如果它们有不同的真值，那末实质蕴涵的真值条件就不能在两个语句中同时得到满足（前件可以不真和后件为假），而两个语句同真是使合取为真所要求的。

集合论中与等值相对应的部分是更为简洁、明显地表明：两个语句上的真值的同时性条件是一定要坚持的。在(5)里 A 和 B 则分别代表 p 和 q 的真值集，而 $p \equiv q$ 的真值集就是画有阴影的部分。

(5)



4.3 如何表示组成成分的结构

象在语言学中一样，在逻辑里了解任一序列是怎样构成的，哪些东西组合在一起，哪些东西不在一起，是十分重要的。有许多用图解表现语言结构的方法。最普通的方法是树形图、盒形图和括号。这些在形式上是完全等价的，但在实际运用中却或多或少有些区别。在逻辑里，括号是最普通的标志结构的方法。

在逻辑里，标出组成成分的结构最重要的理由是为了避免歧义。没有任何结构标志，下列表达式的确切意义是没有办法弄清楚的。

(1) It's snowing and it's raining implies that it will be wet and it will be cold.（天正下着雪和天正下着雨蕴涵着将会潮湿和将会寒冷。）

利用语句变项可写成

(2) $p\&q\rightarrow r\&s$

就什么蕴涵什么来讲，我们现在有下面几种选择。

(3) $(p\&q)\rightarrow(r\&s)$

(4) $p\&(q\rightarrow(r\&s))$

(5) $p\&((q\rightarrow r)\&s)$

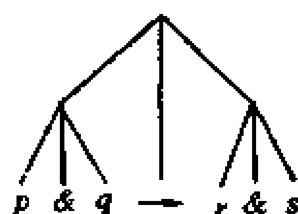
(6) $((p\&q)\rightarrow r)\&s$

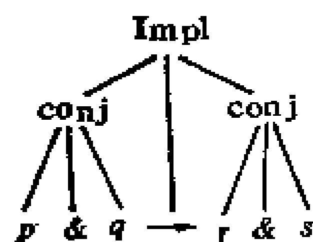
在(3)—(6)里，我们用括号所表示的结构的可能性，也可以分别用树形图和盒形图来说明。

树形图。我们先不用节点标记（节点是树形图中的线的交点），然后用节点标记。节点标记按下列方法缩写：

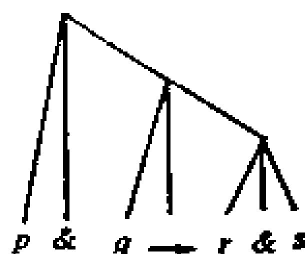
蕴涵 = Impl，合取 = Conj。直接放在最高节点下面的语句联结词叫做语句的**主要联结词**。在（3'）里是蕴涵箭头。

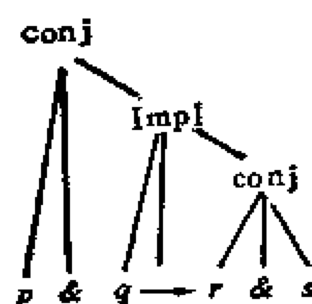
(3')


p & q → r & s

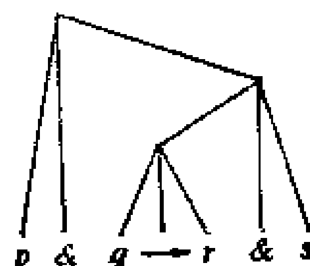

Impl
conj
conj
p & q → r & s

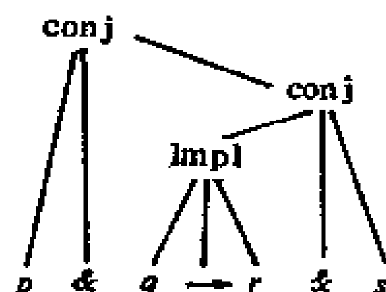
(4')


p & q → r & s

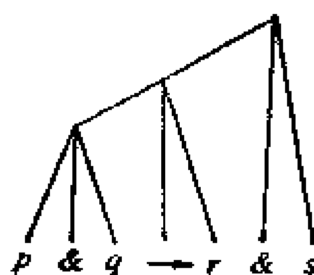

conj
Impl
conj
p & q → r & s

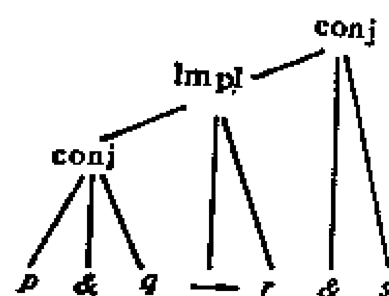
(5')


p & q → r & s


conj
conj
Impl
p & q → r & s

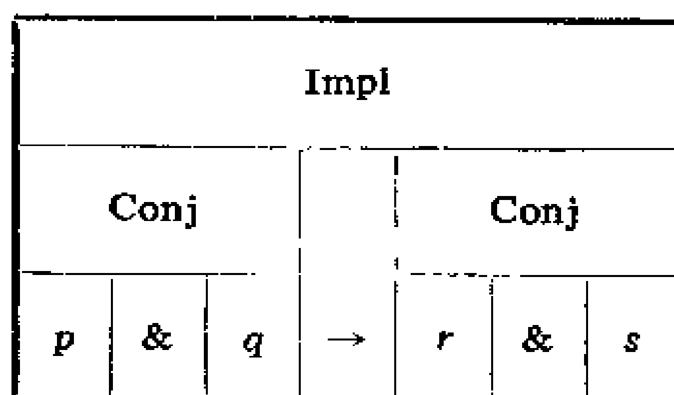
(6')


p & q → r & s

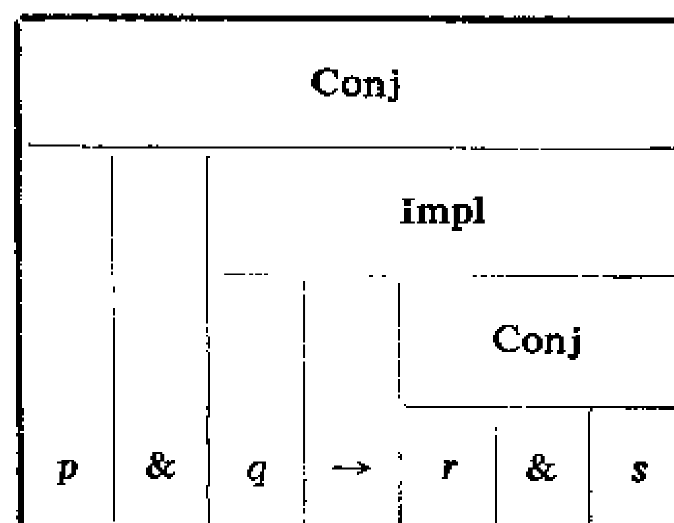

conj
Impl
conj
p & q → r & s

盒形图。这次我们一下子把标记全部引进图里。

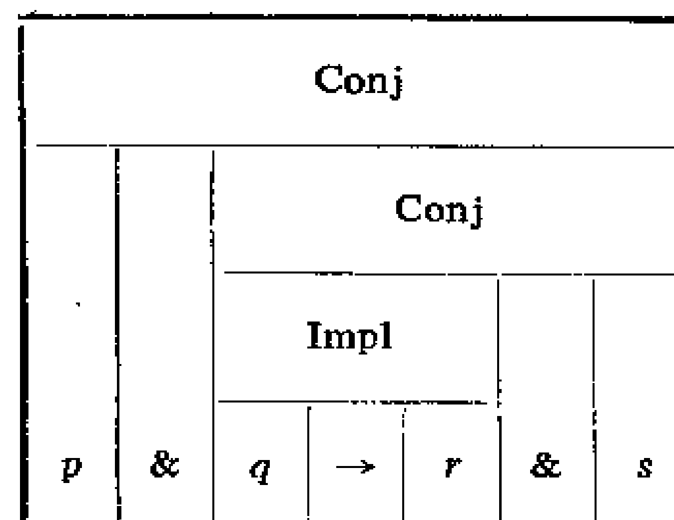
(3″)



(4″)



(5″)



(6'')

<table>
<tr><td colspan="7" align="center">Conj</td></tr>
<tr><td colspan="5" align="center">Impl</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">Conj</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>p</td><td>&</td><td>q</td><td>→</td><td>r</td><td>&</td><td>s</td></tr>
</table>

当然节点标记也可以与括号一起使用（从而我们得到所谓的加标括号）。蕴涵缩写为 I，合取缩写为 C。

(3''') (I(c*p*&*q*)c→(c*r*&*s*)c)I

(4''') (c*p*&(I*q*→(c*r*&*s*)c)I)c

(5''') (c*p*&(c(I*q*→*r*)I&*s*)c)c

(6''') (c)I(c*p*&*q*)c→*r*)I&*s*)c

在我们离开这个枝节问题之前，需要指出，括号在逻辑中一般只在为了清楚的目的必需使用时才被使用。下述约定是经常被遵守的：如果没有括号跟在一个否定号后面，否定的辖域总是取最小的可能，即它只适用于左边紧邻的最小的组成部分。一般地讲，一个逻辑算子的辖域是受该算子影响的表达式的那个部分。就否定讲，可以用直接连接来表达，或者用括号来表示，在用括号的情况下，两个相配的括号括起来的所有东西构成辖域。

(7) ～*p*&*q*

(8) ～(*p*&*q*)&*r*

在(7)里，否定只作用于 *p* 而不作用于整个合取，但是在 (8)里，插入的括号迫使这个否定作用于最左边的合取，不过也还不是作用于整个表达式。同样，& 和∨给定的辖域常常比→和≡要短。如果我们采取这些惯用法，我们的例 (2)

(2) $p\&q \rightarrow r\&s$

就变成非歧义的，而只能解释为$(p\&q) \rightarrow (r\&s)$。不过，除了对否定以外，我们将不遵循这些约定，而当我们认为为了避免歧义需要使用括号的时候，我们才使用它们。

4.4 命题演算的语法学和语义学

现在我们已经完全能够给命题逻辑最小的简单符号作一个概述了。我们也可以提出告诉我们这些符号怎样组合成较大单位的一组规则。这些规则具有确切表示什么样的组合是容许的，什么样的组合是不容许的那样的特性。

在逻辑中常常把列举出的最小的简单符号称之为词汇表。它具有字典对一种自然语言所具有的同样的功能。陈述简单单位的可允许的组合规则，即所谓合式公式（wff）的组合规则，常被称为形成规则，我们可以把它比作一种自然语言的语法规则。词汇表和形成规则一起构成逻辑的语法。语法并不告诉我们关于如何解释它们的问题，即它们的意义是什么的问题。这些要在语义学中加以研究。

现在我们已能够尝试给形式语言下个定义，一种形式语言是一组表达式，这些表达式与一个词汇表相关联，它们按照语法规则由这些词汇所组成，并由语义规则加以解释。这里要提出一个重要的区别，即用哪种语言来叙说和叙说哪种语言之间的区别。那种语言本身，即我们正在研究的对象，叫对象语言；我们用来研究对象语言的语言叫元语言。因此，当我们谈论其它语言的时候，我们在语法或在逻辑中使用的语言可以被看作是元语言。

4.5 语法学

要给出命题逻辑的语法，我们从给出它的词汇表开始。

(1) 词汇表

(i) 无穷的语句变项：p，q，r，s，t，p_1，q_1，… p_2，q_2，…

(ii) 逻辑联结词：$\sim$，&，$\vee$，$\rightarrow$，$\equiv$

(iii) 括号：( )

(iv) 在命题逻辑的表达式中只出现这些符号而不出现其他符号。

其次，我们必须指出什么样的符号的组合是容许的，即形成合式公式。由此我们将给出用于命题逻辑的形成规则。

(2) 形成规则

(i) 每个语句变项是wff。

(ii) 如果 α 和 β 是任意的 wff，那末(a) $\sim\alpha$，(b) $(\alpha\&\beta)$，(c) $(\alpha\vee\beta)$，(d) $(\alpha\rightarrow\beta)$ 和(e) $(\alpha\equiv\beta)$ 也是wff。

(iii) 只有由这些规则形成的表达式才是wff。

在规则 (ii) 里，我们需要弄清楚，我们是用一种元语言来讨论一种语言的，因此必须引进**元变项**来（希腊字母α，β）代替人们所期望的语句变项。这样做是为了指出，我们这里讲的不是关于任意的'简单'语句，而是关于命题逻辑的任意地选出的 wff。任何一个 wff，都能代以 α 或 β。这些规则因此可以适用于它们自己所形成的结果。例如 p 和 q 这两个 wff。按照规则(ii)(b)我们可以将这两个 wff 构成 $p\&q$。但是我们可以再次使用规则 (ii) (b) 而构成 $(p\&q)\&p$。α 代之以作为 wff 的$p\&q$。按照这个方法，我们可以通过一步一步地使用这些规则，生成我们所需要多长多复杂就有多长多复杂的表达式。具有这种性质的规则叫做**递归规**

则，这些规则在生成语法和许多计算机语言中发挥过很大作用。运用递归规则的程序常常称之为（数学）归纳法。

由于语法规则具有递归性，因此我们可以用一组有穷的规则构成一组无穷的表达式。因为任何自然语言都包括无穷数量的合语法的语句，所以，可能自然语言的语法必须包括递归规则。

以下的表达式就是 wff的例子。这里我们将不使用规则(ii)的外层括号，上面引进这些规则只是为了避免歧义：$p, q, p\&q$, $(p\&q)\rightarrow q$, $p\vee q$, $(p\&q)\equiv(p\vee q)$。下面的表达式不是 wff：$\&q$, $\vee r\rightarrow p$, $q\sim\rightarrow p$。

规则(2)(i)和(2)(ii)也可以用下面的相同的方式写出。

(3)(i)

$$S\rightarrow\left\{\begin{array}{l}\sim S\\(S\&S)\\(S\vee S)\\(S\rightarrow S)\\(S\equiv S)\end{array}\right\}$$

(ii) $S\rightarrow p,\ q\cdots p_1,\ q_1\cdots p_2,\ q_2\cdots$

如果它们按这样的方式写出，它们就给出象生成语法中常常叫作**短语结构规则**的那种相同的形式。因为在这种语法中规则(2)(iii)常常理解为通过一种隐含的约定而有效，因此规则(3)(i)和(ii)就为我们提供了命题逻辑语法的另一种等价的描述。

4.6 语义学

在叙述命题逻辑的语法时，我们把所有的逻辑符号都当作无意义的"空位"。但是我们对用逻辑来表示对我们周围世界的推理自然还是感兴趣的。一旦我们把我们正在研究的符号同这些符号

所表示的其它现象联系起来，我们就开始从语法学过渡到语义学。语义学研究的是语法所容许的那些表达式是怎样与这些表达式所涉及的对象相联系的。

由于在逻辑中我们首先关心的是语句，因此我们要研究的是语句的意义。理解一个语句意义的最好方法之一是想象使这个语句为真必须是个什么样的世界。

(1) Baron Münchhausen pulled himself out of the water by lifting himself by the hair.

(闵乔森男爵拉着自己的头发把自己拖出了水面。)

使(1)难于理解的原因就在于很难想象使(1)为真的这个世界必须是个什么样的世界。因此，真值概念为我们了解语句和它所关连的对象之间的关系提供了一种良好的手段。我们可以通过阐述使语句成为真的这个世界所必须满足的条件（换句话说，在什么世界中这个语句是真的）来刻划一个语句的意义的一个重要方面。这些条件叫做语句的真值条件。在逻辑中，一个语句的意义是同它的真值条件相等的。自然，这意味着意义的一些重要方面被我们忽略了，但是这样的分析对逻辑的目的来讲还是非常令人满意的，因为我们感兴趣的仅仅在意义的这样一些方面，它们在逻辑的真理和逻辑的推理中起着一定的作用。(我们将在第十章重新讨论这个问题)

由于命题逻辑把简单语句看作未分解的整体，因此我们在命题逻辑的范围内是无法讨论任何有关个别的简单语句的真值条件的。可是关于复合语句的真值条件如何与构成它们的简单语句相联系这一点，我们却有不少的话可说。

更确切地说，在命题逻辑中，我们感兴趣的是复合句的真值是怎样决定于作为它们的组成成分的语句的真值和对逻辑联结词的选定的。因此，一个简单句在这里唯一有关的特性就是它的真值。为了研究在复合句中发生什么情况，我们往往给每一个简单

句的变项任意赋予一个真值。(当然可以使用真实的语句而后检验每个语句的真值，但是，这只具有有限的作用，因为我们感兴趣的是在给定作为复合语句组成成分的语句的任何一组真值之后，联结词对复合句的真值的影响。)

运用我们上面为每个逻辑联结词给出的真值表的知识，我们现在可以给出复合语句的真值条件。我们准备再次用希腊字母作为任意表达式的元变项，这意味着我们的真值条件将是递归性的。我们可以反复给出越来越复杂的表达式的真值条件。我们也再一次区别研究用的语言，即元语言，和我们正在研究的语言，即对象语言。我们是在为对象语言给出真值条件，因此我们不是试图对元语言作任何分析，元语言我们简单地看作是已知的。下面我们使用的符号“iff”是元语言的一部分，即我们对对象语言真值条件的描述的一部分，因此需要将它同$\equiv$区分开来，$\equiv$是对象语言即我们正在研究的语言的符号。下面的(2)递归性地给出命题逻辑复合句的真值条件。

(2) 命题逻辑的语义学

(i) $\sim\alpha$ 是真的，当且仅当 α 不是真的

(ii) $\alpha\&\beta$ 是真的，当且仅当 α 和 β 都是真的

(iii) $\alpha\vee\beta$ 是真的，当且仅当表达式 α 和 β 中至少有一个是真的

(iv) $\alpha\rightarrow\beta$ 是真的，当且仅当 α 不是真的或者 β 是真的

(v) $\alpha\equiv\beta$ 是真的，当且仅当 α 和 β 具有同样的真值

运用这些真值条件我们可以计算一个具有任意复杂性的表达式的真值。让我们看一些例子。

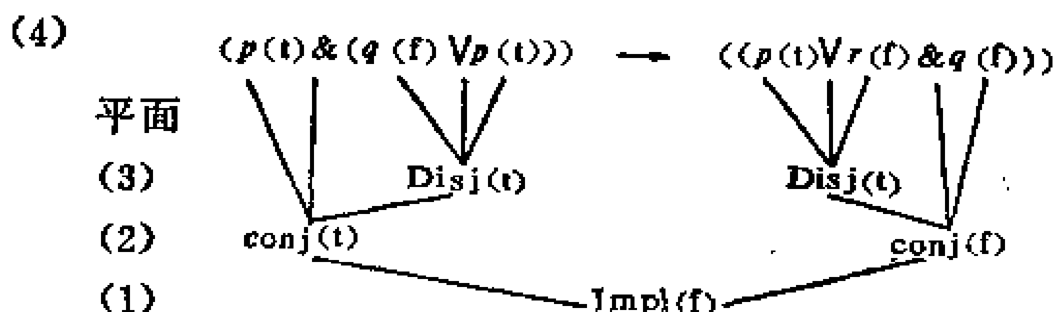
(3) $(p\&(q\vee p))\rightarrow((p\vee r)\&q)$

现在我们假定已经赋予变项以某种真值，这一点可以通过任意赋值，或用一个陈述句替换每一个变项，然后赋予它的真值的方式来实现。我们假设这一点已经做到，变项已经赋予了下列的真

值：p 是真的；q 和 r 是假的。

为了了解简单表达式的真值如何决定复杂表达式的真值，让我们用下面的倒树形结构来图解这个例子。析取、否定和等值分别缩写为 “Disj”，“Neg” 和 “Eq”；合取和蕴涵象以前一样，用 “Conj” 和 “Impl” 来表示。

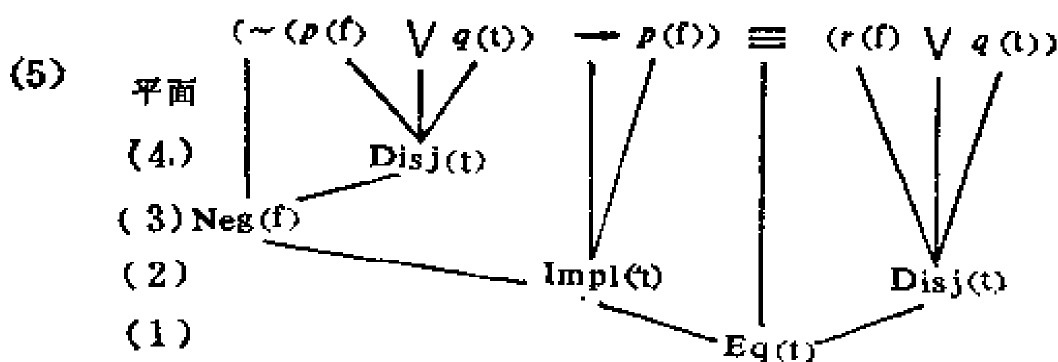
(4)



在平面(3)上两个析取式都真，因为每组简单句中至少有一句是真的。在平面(2)上，只是第一个合取式真，因为它的从属分句都真（其中之一本身也是复合句）。另一个合取式假，因为它的一个从属合取肢假。

在平面(1)上，蕴涵式假，因为它的前件真而后件假。因此这个复杂表达式的真值为假。值得注意的是在计算复杂表达式的值的时候，从某种意义上说，我们的工作是由内向外进行的。我们先从嵌入最深的并且形式上是最小的成分开始，到最大的成分结束。首先是最里边的括号！熟悉乔姆斯基（1965年）转换语法的说法的人可能已经注意到，这一原则同样适用于语法和语音的循环规则和语义的投射规则。我们给予读者的这个最后的例子是一个等值式。

(5)



p和r赋值f，而q取值t。

4.7 重言式和矛盾式

有一些复杂表达式不管赋予构成它的简单语句以什么样的真值，总是得到“真”作为它们经过计算得出的真值。这些表达式在逻辑中具有特殊的重要性，因为这些表达式的真值可以说是完全由逻辑关联词的真值函项的性质，即由这个表达式的逻辑形式决定的。这些复杂的语句叫做重言式。另外有些语句，不管它的简单语句的真值如何，它总是得到f以作为整个表达式的值。这些表达式叫作矛盾式。

由于一个重言式永远是真的，因此它是一个逻辑真理，但是如我们在下面将要看到的，有些逻辑真理并不就是重言式。象逻辑真理是一个比重言式更为广泛的概念一样，分析性真理是一个比逻辑真理更为广泛的概念（参看上面27页）。

一个重言式的简单的例子可以由一个语句及其否定式的析取而得到。

(1) $p \vee \sim p$（天在下雨或天没有下雨）

无论我们用怎样的语句代表p，也无论我们给这个语句以怎样的真值，这个复杂表达式的真值都是t，它是一个逻辑真理。另外一种说法是：“无论我们怎样改变这个世界（无论我们选择怎样的世界），‘或者月亮是一片绿色奶酪或者不是，’这是真的。”换句话说，一个重言式的真值集永远是所有可能世界的集合（全集）。这是很容易理解的：$p \vee \sim p$为真的可能世界的集合就是p真的可能世界的集合和$\sim p$真的可能世界的集合的并集，这也就是所有可能世界的集合（全集）。概括地说，一个重言式的真值集是全集，一个矛盾式的真值集是空集。

4.8 真值表

最好能有一个机械的方法来测定一个语句是否是重言式。在命题逻辑中有这种方法。这就是所谓真值表法。

当我们研究联结词的真值函项的性质时，我们已部分地使用过这种方法。我们现在来看看这种方法是怎样能用于带有各种不同联结词的复合语句的。

这种方法的目的是检查一个语句是一个重言式还是一个矛盾式，或者两者都不是。因此我们要做的只是审查简单语句的真值的每一种可能的结合，然后检查所导出的复杂表达式的真值。对 $p\vee\sim p$ 有两种可能性：不是 p 真就是 p 假。如果 p 真，它的否定就假，反之亦然。

因此 p 和它的否定的析取式永远是真的，因为在每一种情况下，总有一个析取肢是真的。写成真值表的格式是：

(1)

p	$\sim p$	$p\vee\sim p$
t	f	t
t	t	t

(1) 也可以写成(1′)

(1′)

p	$\vee$	$\sim$	p
t	t	f	t
f	t	t	f

如果我们有两个语句变项我们就有四种可能，如果有三个就有八种可能（更一般地讲，永远有 2^n 种可能性，这里 n 是不同语句变项的数目，而 2 这个底数，是真值的数目）。

让我们再研究两个例子：

(2) $(p\&q)\rightarrow p$

p	q	$p\&q$	p	$(p\&q)\to p$
t	t	t	t	t
t	f	f	t	t
f	t	f	f	t
f	f	f	f	t

不管我们把怎样的真值赋予简单语句，我们总得到真的语句。因此(2)是一个重言式。

(3) $(p\&q)\to(p\vee r)$

p	q	r	$p\&q$	$p\vee r$	$(p\&q)\to(p\vee r)$
t	t	t	t	t	t
t	t	f	t	t	t
t	f	t	f	t	t
t	f	f	f	t	t
f	t	t	f	t	t
f	t	f	f	f	t
f	f	t	f	t	t
f	f	f	f	f	t

这也是一个重言式，因为组成成分的真值的所有可能的结合，其结果都是 t。

但是在命题逻辑中并非所有句子都是重言式：

(4) $\sim p\to(p\vee q)$

p	q	$\sim p$	$p\vee q$	$\sim p\to p\vee q$
t	t	f	t	t
t	f	f	t	t
f	t	t	t	t
f	f	t	f	f

(4) 既不是矛盾式也不是重言式，而是我们上面所讲的综合性语句，即这样一种语句，它的真值依赖于这个世界是什么样子。一个综合性语句的特征在于这个表达式的主要联结词之下的最后一列里，是t 和 f 的混合。这意味着复杂语句的真值依赖于组成语句的真值；而简单语句的真值自然依赖于这个世界是什么样于。这就是我们为什么说那些既非重言式又非矛盾式的复合语句是综合性语句的原因，这种语句的真值是一个与这个世界是什么样子有关的问题。

(5) $\sim(p\rightarrow(p\vee q))$

p	q	$p\vee q$	$p\rightarrow(p\vee q)$	$\sim(p\rightarrow(p\vee q))$
t	t	t	t	f
t	f	t	t	f
f	t	t	t	f
f	f	f	t	f

(5) 是一个矛盾式。所有真值的可能的结合都得出最后的值 f。

由(5)表示的这种类型的矛盾式说明了矛盾式和重言式之间的关系。象我们可以看到的，当$\sim(p\rightarrow(p\vee q))$是一个矛盾式的时候，$p\rightarrow(p\vee q)$就是一个重言式。否定一个重言式，我们得到一个矛盾式，正象否定一个矛盾式，我们得到一个重言式一样。

我们可以把在命题逻辑中由联结词的真值函项特性决定的语句的逻辑形式，同一部机器相比较，人们在机器里插入简单语句的真值，而从里边得到复合语句的真值。如果不管人们插入的是什么样的真值都能得到 t，那末人们就遇到一个重言式。

逻辑形式的类似机械性质依赖于这样的事实，即每个逻辑联结词都以特定的方式把真值的每一种可能的结合同复合语句的真值联系起来。因此，在命题逻辑中研究的语句之间的结构关系可以说成是这样的关系，它认为在语句之间只涉及它们的真值关

系。一个逻辑联结词的作用在于，对于真值的每种可能的结合，确定这种结合所导出的真值是什么。一个复合语句的真值明确地是由逻辑联结词和简单语句真值的可能的结合来决定的。

因此，我们可以很自然地说，联结词标志函项，这些函项把一个或几个真值映射到一个并且只有一个真值上去。我们称这种函项为**真值函项**。

除了(3)之外，我们在每个地方所选择的如何计算真值的例子，都是为了我们必须处理的只是两个变项。这样做的理由在于，可能的真值组合的数目是依据不同语句变项的数目按指数增长的；因此这样的计算，如果没有别的因素的话，做起来将是十分令人厌烦的。在带有两个以上变项的表达式中，我们将试用所谓**间接推理**（也常称之为归谬法）。

我们是用如下的方式来进行间接推理的。我们假定我们探讨的表达式是假的。如果这种假定不能引导出一个矛盾式，我们就知道我们的表达式不是一个重言式。这必然是这样的，因为重言式所具有的特性就是永远是真的。如果我们研究的表达式竟然有可能是假的，那末这个表达式就不可能是一个重言式。但是，如果我们第一个假定，即说表达式是假的，会引导出一个矛盾式（也就是说，这个表达式不可能是假的），我们所有的就是一个重言式。

如果我们已看到假定一个语句是假的并不引导出一个矛盾式，就还需要确定这个语句是矛盾式还是综合性语句。这个问题我们多半遗留下来未予解决，因为在逻辑学中我们所首先注意的是确定一个表达式是否是重言式。如果我们感兴趣的问题确定一个语句是否矛盾式，我们只要简单地实行一个相反的推理过程，即假设一个复合语句是真的，然后检验一下这样是否会引导出一个矛盾式就行了。

让我们考察一些间接推理的例子。

(6) 平面$((p\vee q)\ \&r)\rightarrow p$

平面	((	p	$\vee$	q	)	&	r	)	$\rightarrow$	p
(1)									f	
(2)						t				f
(3)			t				t			
(4)		f		t						

在平面(1)，我们假定主要的蕴涵真值是 f。关于实质蕴涵的真值表的知识告诉我们，只有当前件真而后件假时，这个蕴涵式才假，这就是我们在平面(2)上指出的。在平面(3)上的两个 t 是作为合取式的真值条件的结果，这个合取式在平面(2)上已经确定为 t。只有当它的两个合取肢都真的时候，一个合取式才真。平面(4)决定于我们已经在平面(2)给 p 赋值 f——一个变项在同一个真值赋值中，在任何地方都必须具有相同的值。我们也借助于这样的事实：平面(3)上的析取式已经赋予 t 值。根据析取式的真值条件，q 现在必须被赋值为 t。由于在假设(6)为假之后，我们不能得出一个矛盾式，因此，(6)不可能是一个重言式。

(7) 平面$(((\sim p\rightarrow\sim(q\vee r))\&(s\rightarrow r))\&s)\rightarrow p$

平面	$\sim$	p	$\rightarrow$	$\sim$	q	$\vee$	r	&	s	$\rightarrow$	r	&	s	$\rightarrow$	p	
(1)														f		
(2)												t			f	
(3)								t					t			
(4)			t							t						
(5)	t	f^{1}		t		f			t^{2}		t^{*}					
(6)					f		f^{*}									矛盾

在平面（5）上，赋予 p 和 s 的两个值（分别用右上角(1)和(2)标记）直接从平面（2）和（3）上分别做出的赋值转写过来的。

在这个例于中我们让读者自己运用他关于联结词的真值函项的特性的知识来进行推理。

最后我们说，(7) 显而易见地引导出矛盾（见标有*的两个变项)。我们不得不同时假定 r 假并且 r 真。由于这是一个矛盾式，

我们得出的结论是（7）不可能是假的。因此它必定是个重言式。

我们如何处理主要联结词不是蕴涵的语句呢？例如，如果我们假定一个合取式假，那末有三种可能要加以研究。不怕麻烦的方法就是用我们上面指出的方法研究每一种可能性。然而也存在着另一种可能性。我们可以用我们关于逻辑等值式的知识把不是蕴涵式的表达式改写成蕴涵式。我们下面列出一些众所周知的逻辑上真的语句和等值式，其中有些可以用来把一个逻辑表达式改写成为蕴涵式，从而比较容易地进行归谬法的推理。

(8) (i) $p \vee \sim p$

(ii) $\sim (p \& \sim p)$

(iii) $p \equiv p$

(iv) $(p \vee q) \equiv \sim (\sim p \& \sim q)$

(v) $(p \& q) \equiv \sim (\sim p \vee \sim q)$

(vi) $\sim (p \vee q) \equiv (\sim p \& \sim q)$

(vii) $\sim (p \& q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$

(viii) $(p \rightarrow q) \equiv \sim (p \& \sim q)$

(ix) $(p \& q) \equiv \sim (p \rightarrow \sim q)$

(x) $\sim (p \rightarrow q) \equiv (p \& \sim q)$

(xi) $\sim (p \& q) \equiv (p \rightarrow \sim q)$

(xii) $(p \vee q) \equiv (\sim p \rightarrow q)$

(xiii) $(p \rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$

(xiv) $\sim \sim p \equiv p$

(xv) $p \equiv p \vee p$

使用这些重言式和等值式中的任何一种，或者其他相似的形式①，读者就能容易地把一个表达式转变为容易处理的形式。看看（9）。

(9) $\sim (((p \& (q \vee \sim q)) \rightarrow p) \& \sim p)$

① 关于命题逻辑中的重言式的更加广泛的论述，参看卡列希（Kalish）和蒙塔古（Montague）（1964）或托玛逊（Thomason）（1970）。

(9) 看来是令人见而生畏的，因此我们用 (8)(Xi) 把 (9) 变为 (10)。

(10) $((p\&(q\vee\sim q))\rightarrow p)\rightarrow\sim\sim p$

至少现在我们有了一个能试用间接推理的蕴涵式。如果我们把 (10) 改换为 (11)：

(11) $((p\&(q\vee\sim q))\rightarrow p)\rightarrow p$

ff t t f t t f ff

并试用归谬法论证，我们发现 (9) 不是一个重言式。

练　习

1. 在下面三个语句中，哪一句不能象其他语句那样在命题逻辑中加以形式化？为什么？
   (a) 奥利弗和理查德是圆颅党。(Oliver and Richard are Roundheads.)
   (b) 奥利弗和理查德是亲戚。
   (c) 奥利弗和理查德喜欢喝酒。
2. 试用语句变项和逻辑联结词表示下面的语句：
   (a) 如果这是夏季，那末天是该死的冷。(If this is summer it's damned cold.)
   (b) 柠檬看起来好但尝起来酸。
   (c) 你能，如果你想的话。(You can if you want to.)
   (d) 他将在今天或明天来，但不会更迟。
   (e) 如果既不存在上帝也不存在魔鬼的话，作为一个宗教信徒就困难了。(If neither God nor the Devil exists it's difficult to be religious.)
   (f) 把猫扔出去，否则我就走。(Throw the cat out or I will leave.)

3. 指出下面复合表达式的真值，在这里我们假定 p、q 真而 r 假。

(a) $\sim p$

(b) $\sim(p\&r)$

(c) $\sim(p\vee q)$

(d) $p\vee(q\&r)$

(e) $r\to((q\&r)\vee(p\vee q))$

(f) $r\equiv(p\&r)$

4. 下面的表达式哪个是重言式？

(a) $\sim(p\&\sim p)$

(b) $(p\vee q)\to p$

(c) $\sim(p\&q)\equiv\sim p\vee\sim q$

(d) $\sim((p\equiv q)\equiv(p\equiv\sim q))$

(e) $(p\to\sim q)\vee(q\to\sim p)$

(f) $((p\equiv q)\equiv p)\equiv q$

(g) $(p\&q)\vee(p\equiv\sim q)$

(h) $(p\vee(q\&r))\equiv((p\vee q)\&(p\vee r))$

5. 连词“因为”“because”是一个真值函项联结词吗？说出你回答的理由。

6. 波兰学派无括弧标记法这个术语的意思是把联结词写在它们连结的语句的左边，以代替通常写在这些语句的中间。在这样的情况下，联结词通常缩写为：

N＝否定，	A＝析取（交错），
K＝合取，	C＝蕴涵（条件的），
E＝等值。	

例如：

标准标记法	波兰学派标记法
$\sim p$	Np

$p \& q$	Kpq
$p \to q$	Cpq
$(p \to q) \& p$	KCpqp
$(p \& q) \vee (p \& r)$	AKpqKpr

现在用波兰学派标记法写出下列表达式：

(a) $p \vee q$

(b) $\sim p \equiv q$

(c) $(p \vee q) \equiv (p \& q)$

7. 用标准标记法写出下列波兰学派的表达式：

(a) KpNq

(b) CAKE$pqrst$

(c) ECpqCNqNp

8. 用间接推理确定下列表达式是否是重言式：

(a) $p \to (q \to (r \to (s \to (t \to p))))$

(b) $((p \equiv q) \& (q \equiv r)) \to (p \equiv r)$

(c) $(p \& (q \equiv r)) \to ((p \& q) \equiv r)$

第五章

谓词逻辑

5.1 逻辑分析的扩展

在讨论命题逻辑的这一章里，我们指出使用象真值表方法这样的技术能够判定推理和语句是否正确或真实（重言式的）。

但是，我们能用自然语言表述许多推理，这些推理使人们直觉地感到是正确的，却不能在命题逻辑中显示出它们是正确的，例如(1)。

(1) (If all moose are clever and Bruce is a moose, then Bruce is clever.)(如果所有麋都是聪明的而布鲁斯是麋，那末布鲁斯是聪明的)。

这些语句里的推理每一个人都会觉得似乎是合理的，可是在命题逻辑中却无法说明它们是正确的。命题逻辑可以将(1)分析为 $(p\&q)\to r$，用真值表的方法可以看出它决不是重言式。另一方面，谓词逻辑给我们一种工具，我们用这个工具可以说明(1)里的推理是正确的。概括地讲，可以这样说，谓词逻辑使我们从研究语句之间的逻辑关系转到研究语句内部的逻辑关系。

现在我们来更详细地考察一下这是怎样实现的。让我们从一个简单语句开始。

(2) 布鲁斯是麋。

这个语句是述说关于一个个体的事。这个个体是布鲁斯，并且说的是它具有作为麋的属性。这样的语句叫作谓语句，即一个人要述说关于一个个体的一些什么（即一个属性）。

语言上平行的主语短语和谓语短语在某种程度上，对发展这

里有关的直觉可能是有帮助的。

下列语句在对某一个体要述说什么这一点来讲，都同 (2) 具有相同的逻辑形式。

(3) The bear is asleep.（这只熊在睡觉。）

King Canute surrendered.（卡努特王投降了。）

Olaf was a Viking.（奥拉夫是海盗。）

The east is red.（东方红。）

上面语句的主语写作 $a,b,c,d,\cdots\cdots$。这些符号叫作个体常项(小写的斜体字母)。上面语句中的谓词写作 $A,B,C,D,\cdots\cdots$。这些符号叫作谓词常项或者简单地就叫谓词（大写斜体字母）。

现在我们可以在谓词逻辑中把 (2) 公式化。为简易起见，我们指定字母 b 代表布鲁斯，字母 M 代表作为麋的那种属性。这语句可以表述如下。根据约定，在表达式中谓词应放在前面。

(4) $M(b)$

在 (4) 里，我们述说的是关于某一个个体，即布鲁斯，和作为麋的某些属性，并且说布鲁斯具有作为麋的那种属性。我们还可以构成下面的表达式。

(5) $M(x)$

在这个表达式中，x 不是一个个体常项而是一个个体变项。这意味着 x 不是代表一个特殊的个体而是任何个体（或者换句话讲，x代表一个任意的个体)。按照现在的情况，(5)并不表达任何命题。因此 (5) 在谓词逻辑中不叫作一个语句而叫做一个开语句（参见第 73 页对开语句的进一步的讨论)。

我们可以在抽象的程度上再前进一步，构成下面的表达式。

(6) $\Phi(x)$

在这个公式中，我们不仅有一个个体变项，而且也有一个谓词变项，Φ（大写希腊字母 phi)。一个谓词变项不代表一个特殊的属性面代表任何属性(一个任意的属性)。根据这种情况，(6) 是一个

没有什么意义的表达式。它表示述说一个任意个体的任意属性的可能性。(6)并不是非要不可的。虽然如此，正象我们下面将要看到的，为了某种目的，(6)那样的表达式在逻辑中还是可能要用到的。

个体常项和个体变项都归并在个体词项这个名称之下。同样，谓词常项和谓词变项归并在谓词词项的名称之下。

在(2)和(3)中给出的语句都可以说具有同样的结构或同样的逻辑形式。它们由后面跟着一个个体词项(t)的谓词词项(p)组成。因此，它们都具有在(7)里表示的逻辑形式。

(7) $P(t)$

显然，并非所有语句都具有(7)那样的逻辑形式。下列语句具有另外的逻辑形式。

(8) Thor stole the hammer.（索尔偷了铁锤。）

Wotan admires Thor.（沃坦称赞索尔。）

God created the world.（上帝创造世界。）

Wotan is wiser than Thor.（沃坦比索尔聪明。）

在这些语句中，我们发现带有两个主目的谓词。主目(Argument)是一个术语，它除了别的涵义以外，在这里是用来指那些在语法术语中所讲的主语和宾语。谓词逻辑中一个表达式里跟在谓词后面的个体词项叫作那个谓词的主目。如果一个谓词有一个主目，就叫做一元谓词，如果有两个主目，叫做二元谓词，等等。这类术语由(9)来描述。

(9) $P(t)$一元谓词

$P(t_1, t_2)$二元谓词

$P(t_1, t_2, t_3)$三元谓词

$P(t_1, t_2, t_3, t_4)$四元谓词

$P(t_1, t_2 \cdots\cdots tn)$n元谓词

由于在(8)的谓词，“偷”，“赞扬”，“创造”和“比……聪明”，

每个都有两个主目，所以它们是二元谓词。因而（8）的语句具有逻辑形式 $P(t_1,t_2)$。（10）里的语句可以公式化为 $P(t_1,t_2,t_3)$，即它们含有三元谓词。在主目下面划有横线。

（10） Jack gave Jill the apple.（杰克 给 吉尔 苹果。）

The guide showed the tourist Gothenburg.（向导带游客游览哥腾堡。）

Wotan offered Thor beer.（沃坦把啤酒拿给索尔。）

在自然语言中难以找到说明谓词带有三个以上主目的语句而不致引起争论的。不过下面的语句可以说是说明四元谓词的运用。

（11） Jack bought Jill a watch for five pounds.（杰克 用五磅 为吉尔买了一只手表。）

在上面的语句里，我们举了一些例子，在这些例子里，逻辑公式中的谓词同语法分析中的谓语还算是一致的。但是，对一个逻辑学家来说，一个逻辑谓词同自然语言中的一个特定的词或一个特定的简单表达式是否对应，是一个不大关心的问题。在逻辑里，复杂的表达式如'在星期天早晨十点和十一点之间吃了粥'或者'对模态逻辑和方言学之间的关系感兴趣的长发语言学家'，可以看作是一个逻辑公式中的谓词。这意味着一个语句如'索尔偷铁锤'并不一定要分析为具有二元谓词的 $F(a,b)$，虽然从语言学观点来看，这是分析这个语句的最自然的方法，但是这个语句在原则上也可以分析为具有一元谓词的 $F(a)$，这里 F 代表谓词'偷铁锤'。

5.2 量词

现在让我们回到本章第一个例子中的第一个分句。

（1）所有的麋都是聪明的。

如果我们象本章中分析其它语句那样分析这个语句，我们得到

(2) C(所有的麋)

用同样的分析方法

(3) C(布鲁斯)

同 (2) 有关的问题是我们不能用一个个体常项代替表达式'所有的麋'。这个表达式不象'布鲁斯'这个名字那样指称一个个体。(2)真正说的是，如果我们发现一只麋，就可以预期它是聪明的。这可以用另一个方法来表示：选出任意的一只麋，你将发现它是聪明的。

为了分析 (1) 那样的句子，我们引进一个新型的逻辑常项：全称量词，具有"所有"、"每一"或者"对每一个人，每一个东西都……"的意思。全称量词用符号∀表示。一个象赫拉克利特的语句：'每个事物都处在流动的状态'，可以用全称量词用下述方法加以形式化：

(4) $\forall x F(x)$

这个公式可以读作"对于每一个 x 来说，x 是在流动"。用同样的方法，(1) 可以分析为 (5)

(5) $\forall x(M(x) \rightarrow C(x))$

这个表达式可以用下列任一方式来读。

(6) (a) 对每一个 x 来说，如果 x 是麋那末 x 是聪明的。

(b) 对每一个东西来说，如果它是麋那末它是聪明的。

(c) 如果某个东西是麋，那末它是聪明的。

(d) 所有的麋都是聪明的。

为了知道象 (5) 这样的公式怎样起作用，了解一下什么是变项，是很重要的。在 $\forall x$ 中的 x 代表全域中的任何一个个体。它涉及全域中所有的个体和对象，也就是说它的值域是 (ranqe) 全域中所有的个体和对象。

这个值域并不必须是我们生活领域中的每一样东西，虽然在上面的例子中是这样的。在数学课本里，这个值域可以是所有数的

集合，而在社会学课本里，则是所有人的集合，等等。论域（universe of discourse）的概念就是在这个语境里使用，即我们在某一语境中谈到的每一个东西。这一概念已在第二章中作过介绍。

为了对简单语句如 $F(b)$（“布鲁斯是处在流动的状态”）和用量词限定的语句如 $\forall xF(x)$（“每个事物都处在流动的状态”）之间的区别有更好的了解，我们回到开语句的概念。一个开语句就是具有形式(7) 那样的一个表达式。

(7) $F(x)$（读作“x 是处在流动的状态”）

由于 x 是一个并不特别指称任何个体的变项，我们不能有意义地说 $F(x)$ 表示一个命题或作出一个陈述。不能说一个开语句是真的或假的。相反地，一个简单语句象‘布鲁斯是处在流动状态’却总是真的或者假的，即它具有一个真值。怎样回答“x处在流动状态，这是真的吗？”这个问题呢？唯一的回答是“它依赖于 x 是谁或是什么”。如果 x 指泰晤士河，那末它是真的，但是如果 x 指卡努特王，它可能不是真的。说卡努特王不能满足开语句 $F(x)$，等于说 $F(c)$（这里 c 指卡努特王）是一个假语句。

从开语句构成一个语句的方法之一是赋予变项以特定的值。象我们上面指出的那样，这个方法是通过以一个个体常项代入公式中的这个变项来实现的。开语句也叫作语句函项。要理解这一概念，我们可以把开语句看作一个函项，这个函项拿不同的个体作为主目，而给出不同的语句作为值。另一个由开语句构成语句的方法是把一个后面跟着一个变项的量词放在开语句的前面。这把我们带回到上面已有的语句。

(8) $\forall x F(x)$“每个事物都处在流动的状态”

(8) 说的是论域中的所有对象都满足开语句$F(x)$。这是很明显的。如果在论域中已经有一个对象不能满足这个开语句，那末“每一个事物都处在流动的状态”这个陈述就是假的。因此，如果F

(a) 是一个假语句，这就使得带量词的语句 $\forall x F(x)$ 假，如果已经给定 a 包括在 x 的范围之内的话（即 a 属于这个论域）。

注意到我们量化的是开语句而不是语句，这一点是很重要的。量化一个普通的语句会得出一个奇怪的结果。

(9) $\forall x F(b)$

(9) 读作"对每个 x 来说，布鲁斯是处在流动的状态"这样的话，而这是毫无意义的话。

虽然如此，按照大多数逻辑教科书，这样类型的量化是允许的，理由是它可以简化语法规则。这种类型的量化，因为它同语句的意义没有关系，被称为**空的量化**（vacuous guantification）。因此(9) 被解释为与简单语句 $F(b)$ 是等值的。从语言学观点说，空的量化很少或没有直觉的内容，在下面用公式表述的语法规则中，我们不允许这种空的量化。

不仅简单的谓语句可以用开语句来描述，而且象(10) 那样更复杂的结构也可以这样做，例如：

(10) $M(x) \to C(x)$"如果 x 是麋那末 x 是聪明的。"如果我们取(10) 并且在它们的两端加上括号，而在它的前面加上一个量词，我们就得到一个语句。

(11) $\forall x(M(x) \to C(x))$

重要的是需要指出，即使我们可以为 x 选择任何一个个体，但是在$M(x)$ 和$C(x)$ 这两个表达式，象(11) 那样被包括在同一括号之中的时候，我们必须记住 x 在我们心中总是指完全相同的个体。我们说量词$\forall x$ **约束着**在$M(x)$ 和$C(x)$ 中的 x。

一个量词的**辖域**（scope）就是直接跟在量词后面的括号的长度（比较52页讨论命题逻辑的辖域的那一段）。

一个被量词约束的变项叫作**约束变项**。不受约束的变项叫作**自由变项**，如(12) 里的最后一部分。

(12) $\forall x(F(x) \to L(x))\& K(x)$

然而在(13) 里，相应的变项是被约束的。

(13) $\forall x(F(x)\rightarrow(L(x)\&K(x)))$

这意味着在第一个表达式(12) 里，$K(x)$ 的 x 的值是不受括号里边的那些 x 的值的约束的。但这并不适用于第二个表达式。在(12) 里，$K(y)$ 可以用来代替 $K(x)$ 而不改变这个表达式的意义。在(13) 里这种代替是不可能的。包括自由变项的逻辑公式不是构成语句，而是构成开语句。

在一个量词的辖域内，同一个变项总是代表同一个个体。

在(14) 里给出一些逻辑公式，其中每个量词的辖域都是下划横线的。我们并不关心这些表达式是什么意思以及谓词代表什么。这些公式的目的是使读者更熟悉这些概念，如"辖域"，"约束变项"，"自由变项"和"开语句"。

(14) (a) $F(a)\vee \underline{\forall x(K(x)\rightarrow G(x, a))\&\forall x(G(x, a))}$

(b) $\underline{\forall x(K(x)\rightarrow(F(y)\&G(x, a)))}$

(c) $\underline{\forall y\ \underline{\forall x(K(x)\rightarrow(F(y)\&G(x, a)))}}$

(d) $\underline{\forall x((K(x)\&F(a))\rightarrow\underline{\forall y(G(x, y)}}$

$\underline{\underline{\vee G(y, y))}\ \&\ \underline{\forall z(F(z)\rightarrow G(z, y))})}$

(14)(*a*)不是一个开语句，因为在它里面没有自由变项。(14)(*b*)是一个开语句，因为它包含一个自由变项——在 $F(y)$ 里的 y。(14)(c)是一个有两个量词的语句，它们的辖域是重叠的。(14)(d)是一个具有三个量词的表达式。其中两个量词的辖域包括在第一个量词的辖域内。(14)(d) 不是一个语句而是一个开语句，因为表达式的最后的变项没有为任何量词所约束。

在英语中，无数的语句可以由不包括量词 *every* (*all*, *each*)('每一个(所有，每个)')而包括一些别的量化词如 *one*'一个'、*two*'两个'、*three*'三个'、*some*'一些'、*any*'任何'、*several*'几

个'、*many* '许多'和 *few* '少许'所构成。所有属于不定代词这一语法范畴的部分都可以看作某种量词。

在逻辑中，我们常常满足于只承认两个量词。这两个量词有如下两种特性。它们对数学的形式体系化是重要的，并且它们的逻辑性质相对地说并不复杂。这两个量词中的第一个是全称量词，我们已经在上面讨论过。

第二种叫作存在量词。它被写作 $\exists$，它的意思有些象 'someone/something'（"某人/某事"）或（"有某人/某事"）。下面的例子说明这个量词是怎么被使用的。

(15) (a) Someone is conservative.（某人是保守派。）$\exists x C(x)$

(b) There exists a unicorn.（那里存在着一只麒麟。）$\exists x U(x)$

(c) Some girl is nicer than Jane.（有的女孩比珍妮更漂亮。）$\exists x (G(x) \& N(x, j))$

这里 C 代表"保守派"

U 代表"是一只麒麟"

G 代表"是一个女孩"

N 代表"比……更漂亮"

j 代表 珍妮

(15) 表明有些不同的英语表达式可以用存在量词来表达。在逻辑公式中 $\exists x$ 的最好读法是 'There is an x such that…'（"有一个 x，使得……"），或者，更明确些，'There is at least one x such that…'（"至少有一个 x 使得……"）。存在量词表达的是在这个论域中至少有一个元素满足这个量词后面的开语句。

(15) 里的逻辑公式按照下面的方法来读。

(16) (a) There is at least one x such that x is conservative.（至少有一个 x，使得这个 x 是保守派。）

(b) There is at least one x such that x is a unicorn.

（至少有一个 x，使得这个 x 是一只麒麟。）

(c) There is at least one x such that x is a gir' and such that x is nicer than Jane.（至少有一个 x，使得这个 x 是一个女孩并且 x 比珍妮更漂亮。）

由于(16) 中的语句把(15) 里的公式一个符号一个符号地“重译”成英语，它们听起来有点笨拙。

全称量词和存在量词在某些方面作用是不一样的。在逻辑学中，有一件事对初学来说似乎很奇怪，这就是表示下面两个英语语句的方式。

(17) Every girl is pretty.（每个女孩子都是漂亮的。）$\forall x(G(x) \rightarrow P(x))$

(18) Some girl is pretty.（有的女孩子是漂亮的。）$\exists x(G(x) \& P(x))$

(17) 和(18)之间的唯一区别似乎是它们包含不同的量词。但是如果看看这些句子的逻辑表达式，我们发现它们中间不仅有不同的量词，而且它们也包含着不同的逻辑联结词。这个开始看来可能有些奇怪，但是我们很容易看出，调换(17) 和(18) 中的逻辑联结词是不可能的。

(17) 的逻辑表达式包含一个蕴涵。如果把这个蕴涵改为合取，我们得到(19)。

(19) $\forall x(G(x) \& P(x))$

(19) 说的是在这个论域中每个个体都是既是女孩子又是漂亮的。因此，(17)和(19) 是不等价的。(17) 并不排除在这个论域中存在着一些丑陋的男孩子，而(19) 却是排除的。这意味着(19)不是语句(17) 的意义的正确的表述。

(18) 包含一个合取。如果把这个合取改为一个蕴涵，我们得到(20)。

(20) $\exists x(G(x) \rightarrow P(x))$

(20) 说的是在这个论域中至少有一个x，如果x是一个女孩子，那末将是漂亮的。如果在这个论域中找到某个不是女孩子的对象，(20) 仍成为真的（由于在逻辑中运用的是实质蕴涵的这个事实)。(18) 在这样的情况中就不能成为真的。另外，(20) 并不含有在这一论域中存在着任何女孩子的意思，而(18) 却含有这个意思。这就表明(18) 和(20) 是不等价的，而且(20)是(18)的意义的不正确的表述。

从语言学观点来看，(17) 和(18) 的两个逻辑表达式都是有点反直觉的。(21) 和(22) 从语言学上讲提供(17) 和(18) 两个语句的更令人满意的表达式。

(21) $\forall_{x \in G} x \quad P(x)$"对每个女孩$x$来说，$x$是漂亮的"

(22) $\exists_{x \in G} x \quad P(x)$"对某个女孩$x$来说，$x$是漂亮的"

在这些公式里有着通常所谓的限制的量化 (restricted quantification)。在量词下面的表达式指量化的值域——在这里是所有的女孩子的集合。G代表所有女孩子的集合，$\in$是集合论中的元素关系。(21) 和(22) 反映了(17) 和 (18) 没有反映的两个语句之间的平行关系。(21) 和(22) 之间的唯一差别在于量词的选择，并且把量化的值域作为下标写出来，这样我们就避免了在公式中使用不同的联结词。限制的量化在逻辑中不是标准的，但是可以包括在内以便对自然语言给予一个更适当的分析。

在同一个逻辑公式中，我们可以有一个以上的量词。因此，(23) 是谓词逻辑的一个合式的表达式。

(23) $\forall x \exists y \forall z R(x, y, z)$

当开语句前面有一个以上量词的时候，量词的次序不是任意的，因为次序表明它们的辖域所涉及的相互关系。

比较下面两个公式，这里 F(x, y) 代表 "x是y的父亲"。

(24) $\forall y \exists x F(x, y)$ “对每个 y 来说，有一个 x，x 是 y 的父亲”

(25) $\exists x \forall y F(x, y)$“有一个 x，对每个 y 来说，x 是 y 的父亲”

这两个语句之间的唯一区别是，在(24) 里存在量词在全称量词的辖域之内，而(25) 则相反。这个事实对语句的意义产生很大的影响，用简明的英语来说，(24) 的意思是“每个人有一个父亲”，听起来是很合理的。但是，(25) 的意思是“某人是所有人的父亲”，听起来就很不合理了。

(24) 说的是不管我们讲的是哪一个个体，我们总能够找到某个个体是他的父亲。(25) 讲的是存在着某一个个体，他是这样的情况，不管我们讲到哪一个个体，第一个个体总是第二个个体的父亲。这听起来可能是复杂的，但是我们下面将提供一个可以说明这些区别的方法。

在英语中有些句子，例如 *Everyone admires someone* (‘每一个人都称赞某一个人’)，由于量词的辖域的不同而有歧义。这些句子的不同解释与谓词逻辑里的不同的公式相对应。上面提到的语句有下列两种解释。在下列公式中 A 代表“称赞”。

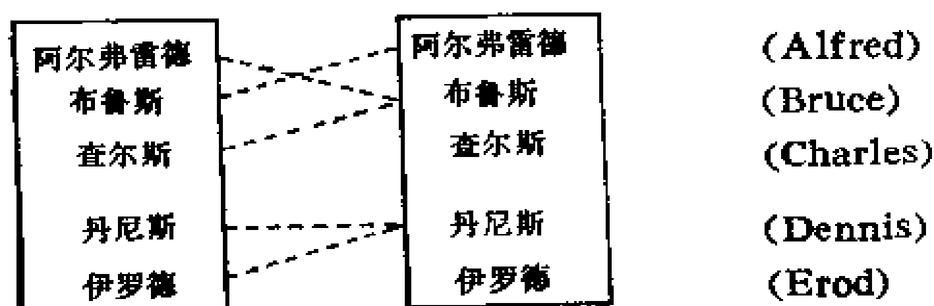
(26) $\forall x \exists y A(x, y)$ ‘Everyone has someone whom he admires.’ (“每一个人有一个他称赞的人。”)

(27) $\exists y \forall x A(x, y)$ ‘There is someone whom everyone admires.’ (“有某一个人他是每一个人都称赞的。”)

为了知道量词的辖域如何起作用，让我们考察一下(比如说)只有五个个体的论域。让我们假定这个论域包括个体阿尔弗雷德、布鲁斯、查尔斯、丹尼斯和伊罗德。每个量词的值域是这五个个体的集合。

让我们首先考察(26)。在量词的下面，我们写出变项的值域。虚线表示第一个个体赞赏第二个个体。

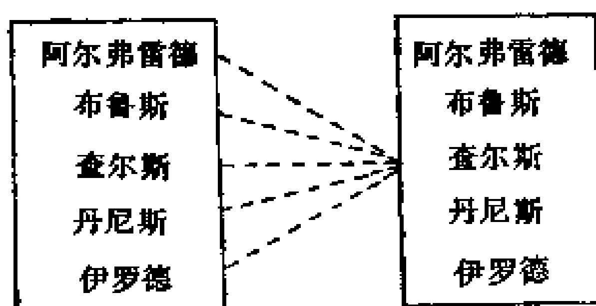
(26′) ∀x ∃y $A(x, y)$



(26) 说的是有可能为第一个集合中的每个个体，在第二个集合中找到某个个体，使得第一个赞赏第二个。(26′)中的虚线就表示这个意思。论域中的每一个个体赞赏第二个里边的某一个个体。

对(27) 的理解就有些不同。这个语句说的是在这个论域中可能找到被每一个人赞赏的某一个人，象(27′) 中所表示的那样。

(27′) ∃y ∀x $A(x, y)$



(26) 和(27) 之间的差别现在显得很清楚了。在(26′) 中重要之点是，我们发现对第一个集合中的每个个体，第二个集合中都有某一个个体是他所赞赏的。第一个集合中的个体可能赞赏第二个集合中的不同的个体，但是他们中的每一个人必须赞赏第二个集合中的某一个人。在(27′) 中重要之点是，第一个集合中的所有不同的个体赞赏第二个集合中的同一个个体。象我们从 (27′) 中看到的那样，他们所有的人都赞赏查尔斯。

必须提出另外一个特点。比方说如果阿尔弗雷德在赞赏查尔

斯之外还赞赏布鲁斯，(27) 仍然是真的。因为重要之点在于他们全都赞赏查尔斯。

语句 (27) 蕴涵语句 (26)，但语句 (26)并不蕴涵语句(27)。这一点从上面的图式中可以看到。如果每个人都赞赏同一个个体，那末每个人赞赏某一个人也必然是真的。换句话说，$\exists y \forall x F(x, y) \rightarrow \forall x \exists y F(x,y)$而不是$\forall x \exists y F(x, y) \rightarrow \exists y \forall x F(x,y)$。

由包括两个量词的语句产生的辖域的歧义性从语言学观点来看是十分有趣的。语调常常把一个潜在的歧义句变成非歧义句。其中一个例子是几年前一首流行歌曲中的下面这行歌词：*Everybody loves somebody sometimes* (‘每一个人在某一个时候爱某一个人’)。如果你懂得这个曲调，你会同意这句话只能理解为有一个具有最广泛辖域的全称量词。

下面是语言学文献中曾经得到相当广泛讨论的量词的又一特征。英语的一个语句里的量词的次序，常常跟那个语句的意义的逻辑表达式里、我们给与这些量词的次序相一致。比较下面两个语句：

(28) (a) Everyone in this room speaks two languages. (在这个房间里每个人使用两种语言。)

(b) Two languages are spoken by everyone in this room. (两种语言被这间房子里的每个人所使用。)

(28) (a)强烈地倾向于这种解释，即它的全称量词具有最广泛的辖域。而(28) (b)却倾向于这种解释，即表达式‘两种语言’具有最广泛的辖域。可能(28)里的两个语句都是有歧义的，但是有一点很清楚，在每种情况下，最容易为人所接受的解释是：逻辑表达式要具有跟英语语句所具有的相同的量词次序。由于把用以将(28) (b)同(28) (a)联系起来的被动态转换，看作一种保留原意的转换，这些语句就向语言学家提出了一个问题。象(28)那样的成对的语句 (sentence pairs)，乔姆斯基 (1957) 已经提到过。

下面也是由成对的语句所产生的一个相似的问题：

(29) (a) Everyone did not explain the situation. (每个人没有说明这种情况。)

(b) The situation wasn't explained by everyone. (这种情况没有被每个人说明。)

这里重要的不是两个量词的次序而是一个否定词对一个量词的次序。对大多数讲英语的人来讲，(29)(a)是有歧义的，它具有以下两种解释，'E'代表"说明"，而's'代表"情况"。

(30) (a) $\forall x \sim E(x, s)$"对每一个x来说，x没有说明s"

(b) $\sim \forall x E(x, s)$"并非对每一个x来说，x说明了s"

(30)(a)指出没有人说明情况。(30)(b)指出不是每个人说明了情况，而是某些人说明了，某些人没有说明。(29)(a)具有这样两种读法。但是(29)(b)可能只能理解为具有(30)(b)的读法。而(29)(b)是通过被动态转换与(29)(a)发生联系的。

举了这些例子以后我们暂时把辖域歧义问题放一放，而在讨论模态逻辑的章节里我们将有机会回到这个问题上来。

到目前为止，我们大多讨论的是谓词逻辑的语法，即在谓词逻辑里逻辑公式是怎样构成的。在转到谓词逻辑的语义学之前，我们为语法作了一个概述。

5.3 谓词逻辑语法辑述

语法的目的是说明哪些表达式构成逻辑的合式公式。在本书中，我们分别论述命题逻辑和谓词逻辑，但必须明白命题逻辑是作为一个从属部分包括在谓词逻辑之中的。

首先我们给出一个谓词逻辑范畴表：

(1) (a) 个体常项 $a, b, c, d\cdots\cdots$

(b) 个体变项 $x, y, z\cdots\cdots$

(c) 谓词常项　　A, B, C, D……

(d) 谓词变项　　ϕ, ψ, $\times$……

(e) 语句变项　　p, q, r……

(f) 量词　　　　$\exists$, $\forall$

(g) 逻辑联结词　$\sim$, &, $\vee$, $\rightarrow$, $\equiv$

(h) 括号　　　　( )

谓词逻辑的公式就是建立在这个词汇表上的。当命题逻辑的语法已经给定的时候，我们引进了元变项来述说关于对象语言的语句。同样，我们引进元变项来述说关于谓词逻辑的对象语言的表达式。下面的元变项是必需的：P 代表谓词词项，t_1，t_2，…t_n 代表个体词项，面 α，β…代表合式公式。

下面的语法规则详细说明谓词逻辑的合式公式。

(2) (a) 每一个语句变项都是合式公式。

(b) 如果 t_1 是个体词项（常项或变项），并且 P 是一元谓词词项，那末 $P(t_1)$ 是合式公式。

(c) 如果 t_1 和 t_2 是个体词项，并且 P 是二元谓词词项，那末 $P(t_1, t_2)$是合式公式。

(d) 如果 $t_1, t_2 \cdots t_n$ 是个体词项，并且 P 是 n 元谓词词项，那末 P $(t_1, t_2 \cdots t_n)$ 是合式公式。

(e) 如果 x 是个体变项，α 是 x 作为自由变项出现于其中的合式公式，那末 $\exists x \alpha$ 是合式公式。

(f) 如果 x 是个体变项，α 是 x 作为自由变项出现于其中的合式公式，那末 $\forall x \alpha$ 是合式公式。

(g) 如果 α 和 β 是合式公式，那末 (i) $\sim\alpha$，(ii) $\alpha \& \beta$，(iii) $(\alpha \vee \beta)$，(iv) $(\alpha \rightarrow \beta)$ 和 (v) $(\alpha \equiv \beta)$ 都是合式公式。

(h) 一个不包括任何自由变项的合式公式是一个语句。

(i) 只有根据这些规则构成的公式才是合式公式。

注意语句和合式公式之间的区别。语句和开语句两者都是合式公式。由规则(2)(a—d)构成的合式公式叫做谓词逻辑的简单表达式或原子表达式。由规则(2)(e—g)构成的公式叫做谓词逻辑的复杂表达式。

5.4 谓词逻辑的语义学

了解一个陈述句的意义就是要了解世界必须是什么样子，才使这个语句为真。一个讲英语的人，如果他知道这个世界是什么样子的话，就能够确定在某一个可能世界里 *It is raining*（'下雨了'）这个语句是否是真的。这个事实是逻辑语义学的出发点。

然而单单这个是不够的，我们还要了解语言的词项是怎样同世界联系着的。要了解 *Wotan is a god*'沃坦是一个神'这句话在某一可能世界是否是真的，我们必须了解 *Wotan* '沃坦'这个名字指哪一个个体。如果我们有一种语言并且确定那种语言里的每一个表达式是怎样同这个世界相联系的，我们说我们有了关于那种语言的**解释**。这种语言可以是谓词逻辑那样的一种形式语言，或者是英语那样的自然语言。其次我们应该了解谓词逻辑的表达式是怎样同这个世界发生联系的。简言之，我们可以说，一个解释是用给出语言的表达式的外延的方法，把语言同这个世界（或一个可能世界）联系起来的。语言表达式的外延就是语言的表达式所指称的那个世界的对象（参看第7页上"外延"的定义）。

除"解释"之外，**模型**（*model*）这个术语也是经常用到的。虽然这概念通常是用一种稍为不同的方法来引进的。如果一个语句在某种解释下是真的，我们可以说这个解释是这个语句的一个**模型**。在这一节里指出的这种语义学，通常叫做**模型论**的语义学。（"模型"这个词在这里的用法不同于大部分科学和日常的语

境中的用法。)

我们从个体常项开始。对每一个个体常项，世界上都有某一个个体与之相对应。作为一个例子，我们选取一个带有个体常项 a—h 的语言和一个带有相应数目的个体的可能世界。这些个体常项以下列方式同这个世界相联系。

(1) a = 阿尔弗雷德　　e = 伊罗德
b = 布鲁斯　　f = 弗兰克
c = 查尔斯　　g = 乔治
d = 丹尼斯　　h = 哈罗德

这个构造出来的世界仅仅包括这八个个体。在这种情况下，我们为这个世界里的每一个个体取了一个名字。这是一个相当简化了的例子，它是为了说明的目的而构造出来的。很明显，要为真实世界里的每一个个体都取一个名字，这是相当困难的。

下面我们再来转到谓词常项。一个一元谓词的外延的意思是指这个谓词所包含的个体的集合。一个二元谓词的外延的意思是指这个谓词所包含的个体的有序偶的集合。

简单地讲，有以下情况：

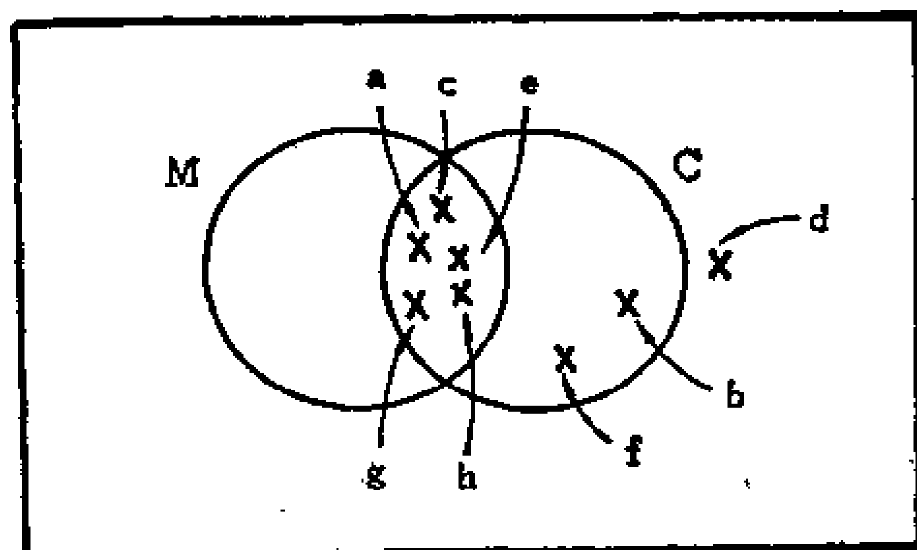
(2) (a) 一个一元谓词可以解释为个体的集合；
(b) 一个二元谓词可以解释为个体的有序偶的集合；
(c) 一个三元谓词可以解释为个体的有序三元组的集合；
⋮
(d) 一个 n 元谓词可以解释为个体的有序的 n 元组的集合。

让我们引进两个一元谓词：M 代表“糜”，C 代表“聪明”。下列的表给定了这些谓词的外延。

(3) M：{阿尔弗雷德，查尔斯，伊罗德，乔治，哈罗德}
C：{阿尔弗雷德，查尔斯，伊罗德，乔治，哈罗德，布鲁斯，弗兰克}

这里所给出的解释可以用(4)那样的图解描写。

(4)



现在我们可以举出几个语句，并且看看它们在给定的解释中得到什么样的真值。

(5) (a) $M(b)$ "布鲁斯是麋"　　假

(b) $C(a)$ "阿尔弗雷德是聪明的"　　真

(c) $C(g)$ "乔治是聪明的"　　真

(d) $M(e)$ "伊罗德是麋"　　真

(e) $C(d)$ "丹尼斯是聪明的"　　假

在(5)里的那种形式的语句的真值条件是简单的，并且可表述为象(6)那样的。

(6) 在任意的解释中一个具有 $P(t)$ 形式的语句是真的，当且仅当指派给个体词项的对象能在那种解释中指派给谓词的对象中找到。

这句话的意思是 $F(a)$ 在某种解释中是真的，如果指派给 a 的对象包括在 F 的外延里的话。

带有二元谓词的语句的真值条件可以表述为(7)那样的公式。

(7) 在任意的解释中，$P(t_1, t_2)$ 形式的语句是真的，当且仅当指派给 t_1, t_2 的对象的有序偶可以在那个解释中被指

派给 P 的有序偶的集合中找到。

这句话的意思是语句 $P(a,b)$ 在某个解释中是真的，如果指派给 a、b 的对象的有序偶包括在 F 的外延里的话。

让我们回到在(4)里描述过的解释，看一看在那种解释中，下列复杂语句里哪些是真的。

(8)(a)	$M(g)\&C(b)$	"乔治是糜并且布鲁斯是聪明的。"	真
(b)	$M(b)\vee C(d)$	"布鲁斯是糜或丹尼斯是聪明的。"	假
(c)	$\sim M(e)$	"伊罗德不是糜。"	假
(d)	$M(b)\rightarrow C(g)$	"如果布鲁斯是糜，那么乔治是聪明的。"	真

在确定这些复杂语句的真值时，我们从简单的成分语句开始。在(8)(a)中，我们发现两个成分语句都是真的，因此，两个语句的合取必然是真的。在(8)(b)中，我们发现两个成分语句都不是真的，因此两个语句的析取必然是假的。我们这里使用的规则和命题逻辑的规则是相同的。唯一不同的是在谓词逻辑中我们是从低于命题逻辑的出发点的平面上开始的。在命题逻辑里，象 $M(g)$ 那样的一个语句的真假是作为已经给定了的，但是在谓词逻辑中我们是从它的内部结构推导出这个语句的真或假的。

在确定(8)(c)的真值时，我们从语句的内部出发，由里向外，直到获得全句的真值。我们从成分语句 $M(e)$ 开始，并且发现这个语句必然是真的，因为在(4)给定的解释中 e 指称的对象包括在 M 的外延中。其次我们考察否定记号，并且发现 $\sim M(e)$ 必然是假的，因为 $M(e)$ 是真的，这里根据的是命题逻辑一章里说明的规则。

最后，(8)(d)必然是真的，因为第一个语句假而第二个语句真；这就使这个蕴涵为真。在(9)中给出作为(8)(d)的(部分的)

真值表。

(9) $M(b) \to C(g)$

$f \quad t \quad t$

在讨论(8)的这些语句时，我们已经说明命题逻辑的规则是怎样进入谓词逻辑的。现在让我们看一些带量词的复杂语句，并且按照(4)里给出的解释来确定它们的真值。

(10) (a) $\exists x M(x)$ “有一只麋。”或“有人是麋。” 真

(b) $\sim \exists x C(x)$ “并非有人是聪明的。” 假

(c) $\sim \exists x M(x)$ “并非有人是麋”或“没有一个人是麋。” 假

(d) $\exists x \sim C(x)$ “有人不是聪明的。” 真

(e) $\exists x(M(x) \& C(x))$ “有的麋是聪明的。” 真

这里的照则是语句 $\exists x F(x)$ 在一种解释 I 中是真的，当且仅当在 I 中，F 在它的外延里至少有一个对象。当这一点明确以后，断定带有一个与存在量词结合的否定词的语句的真值，就很简单了。

(11) (a) $\sim \exists x F(x)$ 在 I 中是真的，当且仅当在 I 中 F 外延是个空集。

(b) $\exists x \sim F(x)$ 在 I 中是真的，当且仅当在 I 中至少有一个对象，它不包括于在 I 中的 F 的外延里。

(c) $\sim \exists x \sim F(x)$ 在 I 中是真的，当且仅当在 I 中没有一个对象不包括于在 I 中的 F 的外延里，这就是说所有对象都包括于 F 的外延里。

当存在量词和否定式的真值条件已经给定之后，这些给予存在量词和否定词的组合的真值定义就是多余的了。这里给出它们目的只是为了解释。在命题逻辑和谓词逻辑中，一个复杂语句的

真值条件是这个语句的各个部分的真值条件的函项。

记住在 (4) 里给出的解释，让我们来决定下列语句的真值。

(12) (a) $\forall xC(x)$ “每个人都是聪明的。” 假

(b) $\sim\forall xM(x)$ “并非每个人是麋。” 真

(c) $\forall x\sim M(x)$ “每个人都不是麋”；意思是“对每个人来说，他不是麋。” 假

(d) $\forall x(M(x)\rightarrow C(x))$ “每只麋都是聪明的。” 真

(e) $\forall x(C(x)\rightarrow M(x))$ “每个聪明的人都是麋。” 假

这里的主要原则是(13)。

(13) $\forall xF(x)$ 在 I 中是真的，当且仅当所有在 I 中的对象包括于在 I 中的 F 的外延里。

让我们在 (14) 里写出它的详细内容。

(14) (a) $\sim\forall xF(x)$ 在 I 中是真的，当且仅当在 I 中并非所有对象包括在 I 中的 F 的外延里，即有些在 I 中的对象不是在 F 的外延里。

(b) $\forall x\sim F(x)$ 在 I 中是真的，当且仅当在 I 中所有对象不包括在 I 中的 F 的外延里，即没有对象在 F 的外延里。

让我们从 (12) 的语句中举一个例子。考察一下$\sim\forall xM(x)$，我们首先考察成分语句$\forall xM(x)$，“每个人都是麋”。我们知道这个成分语句在 (4) 的解释中是假的。例如，在这种解释中弗兰克不是麋。既然这个成分语句是假的，它的否定式就必然是真的（即语句 (12)(b) 是真的)。

从命题逻辑中，我们知道蕴涵的真值条件（参看第 43 页）。根据这种真值条件，我们给象 (12)(d, e) 这样的语句以下列的真值条件。

(15) $\forall x(F(x)\rightarrow G(x))$ 在 I 中是真的，当且仅当对于包括

在 I 中的 F 的外延里的所有对象来说，它们也包括在 I 中的 G 的外延里，也就是说没有一个在 F 里的对象不在 G 里的。

5.5 在所有解释中都真

让我们回到用以开始讨论谓词逻辑这一章的那个推理上来。这个推理是以略有改变的形式来重述的。

(1) 前提：所有的麋都是聪明的，

布鲁斯是麋，

结论：布鲁斯是聪明的。

要想使象 (1) 这样一个推理有效或正确，必须使它在所有可能的解释中而不是只在某些特殊的解释中是真的，或者使用一个稍微不同术语：在所有可能世界里，前提都是真的，结论也必然是真的。

如果一个推理是正确的，就不可能构成一个可能世界，在那里前提是真的，而结论却是假的。

我们怎样检查一个推理是正确的呢？既然有无穷个可能的世界，就不可能审查所有这些世界并且看看结论是否由前提得来。通过开始一个一个地审查可能世界，我们只能希望证明一个推理是不正确的。理由是只要一旦找到一个使前提真同时使结论假的解释，我们就知道讨论中的推理是不正确的。

虽然如此，我们还是可能证明一个推理是正确的。如果一个推理是正确的，它之所以这样是由于它的逻辑结构，而这个逻辑结构是不依赖于那些可能世界是什么样子的。

在(1)里所给出的推理在直觉上感到是正确的，而如果它是正确的，我们就应当能够用上面所说那种研究它的结构的方法来说

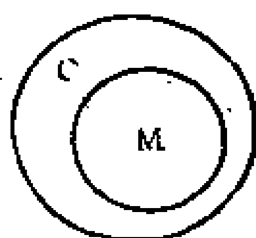
明这一点。如果我们发现有一种解释，在这种解释下前提真而结论假，我们就知道这个推理是不正确的。如果我们能指出不可能存在这种解释，我们就知道这个推理是正确的。

现在让我们尝试构造一种解释，在那里前提真而结论假。我们从第一个前提开始。为了使这个前提是真的，需要的是什么呢？显然，需要谓词‘麋’的外延里的所有元素，都是谓词“聪明的”的外延里的元素。这种情况可用（2）这个图解来描写。

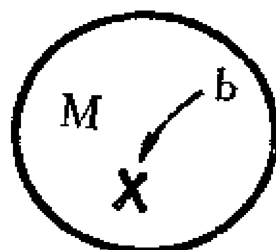
第二个前提是真的，当且仅当布鲁斯是谓词‘麋’的外延里的元素。

当这两个前提结合在一起，我们得到（4）里描写的情况。我们简单地把（2）和（3）结合在一个图形里。

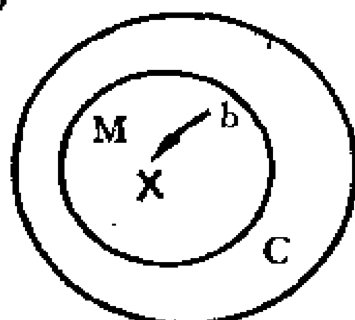
（2）



（3）



（4）

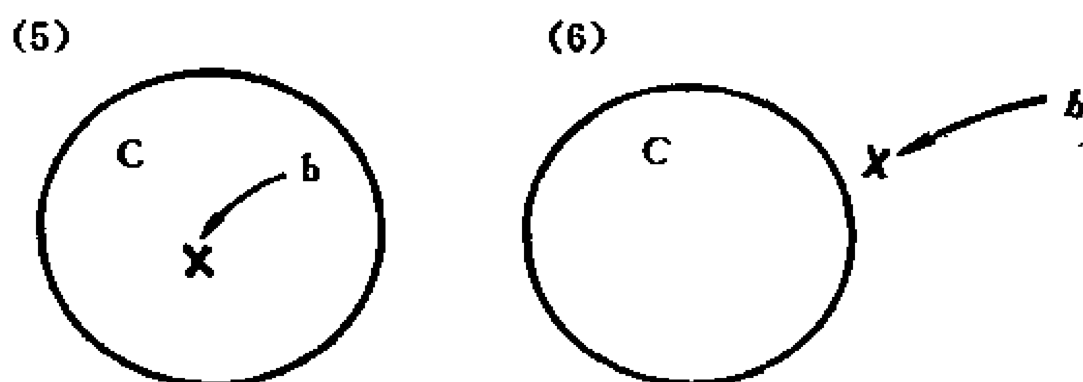


图（4）描写了当两个前提都是真的时候，必然出现什么样的情况。在两个前提都真的每一个可能世界里，必然是“麋”的外延是“聪明的”外延的子集，而布鲁斯是“麋”的外延里的元素。

如果（1）里的推理是正确的，那末当两个前提都真的时候，结论为假是不可能的。推理的正确性来源于不可能构成一个使前提真而结论假的可能世界。

如果（1）的结论是真的，布鲁斯就是“聪明的”外延里的元素。

另一方面，如果结论是假的，那末布鲁斯就不是这个谓词外延里的元素。



(5) 和 (6) 两个图解里只有 (5) 同 (4) 是一致的，这个图解描写了使两个前提真的必要条件。

(6) 同 (4) 是不一致的，因为它要求布鲁斯不包括在"聪明的"外延里，但是因为按照(4)，布鲁斯是"麋"的外延里的元素，而且，由于"麋"的外延是"聪明的"外延的子集，所以布鲁斯必须是"聪明的"的外延里的元素。在每一个使 (4)有效的可能世界里，(5) 也有效。

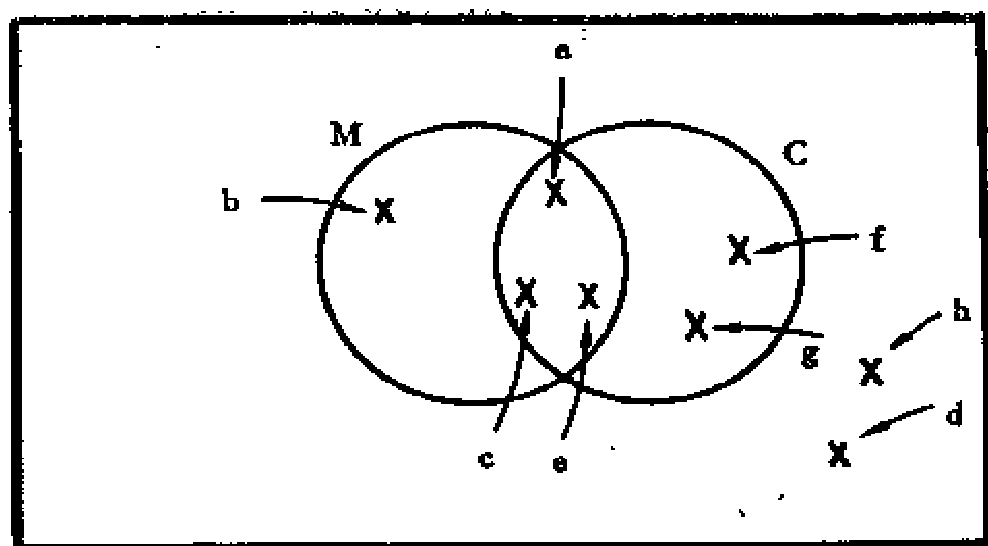
因此，似乎没有方法构成一个可能世界，在那里当前提真的时候，结论却是假的，这就意味着推理 (1) 是正确的。

我们本来可以采用集合论的形式体系来使这一证明大大简化，但是代替它的是我们选择了使用一种非形式的推理，它所使用的是集合论后面的直觉。

(1) 是一个正确的推理这一点并不意味着'布鲁斯是聪明的'这个语句在任何可能世界里都是真的。(1) 是一个正确的推理的意思只是说在 (1) 的两个前提都真的每一个可能世界里，这个语句是真的。考察一下 (7) 里的解释。

在这一解释中"布鲁斯是聪明的"显然是假的。这是否意味着(7)否证了(1) 是个正确的推理呢?不，完全不。理由是在(7) 描

(7)



写的世界里，并不是（1）的两个前提都真。在（7）里，第一个前提'所有的麋都是聪明的'，是假的。象我们从（7）看到的，在那种解释下，布鲁斯就是不聪明的麋，因此至少有一只麋是不聪明的。

现在让我们转到另一个推理，这个推理不同于（1），因为这里结论和第二个前提互相替换。

（8） 前提：所有的麋都是聪明的，

布鲁斯是聪明的，

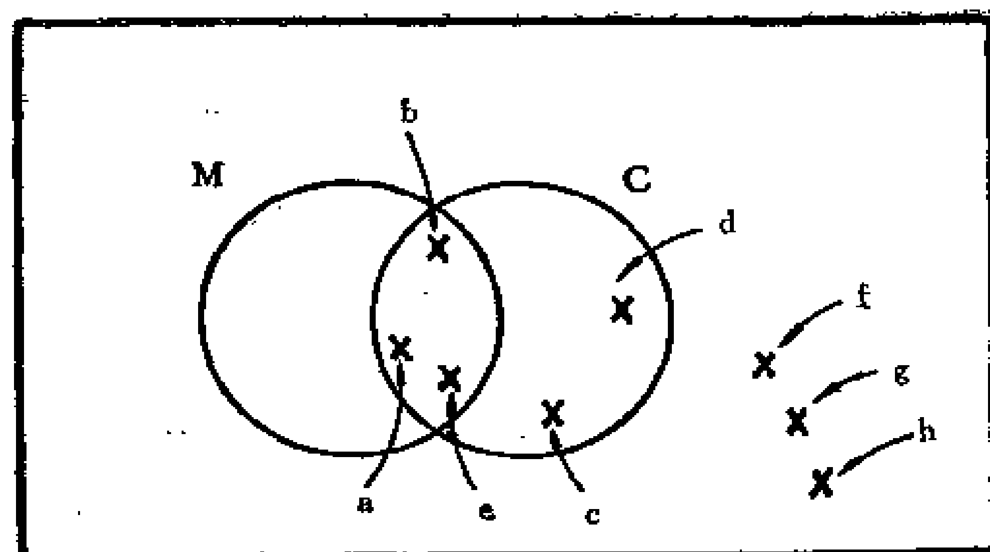
结论：布鲁斯是麋。

在继续作出解答之前，你应该问问自己的直觉，这个推理是正确的还是不正确的。并不是每个人的直觉都能立即给出正确的结论。

现在，(8) 是一个正确的推理还是不正确的推理？考察一下（9）里描写的解释。

在这种解释下，前提和结论都是真实的。第一个前提是真的，因为"麋"的外延是"聪明的"外延的子集。第二个前提是真的，因为布鲁斯是"聪明的"外延中的元素，而且结论是真的，因为

(9)

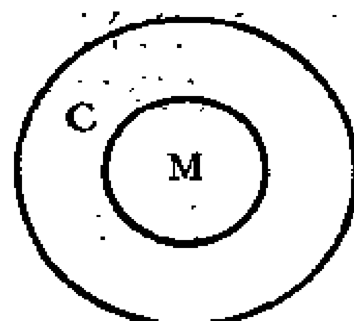


布鲁斯也在"麋"的外延之内。

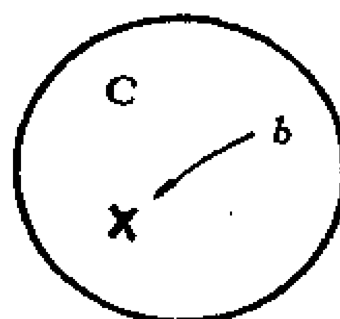
这是否表明（8）是一个正确推理呢？不，我们表明的只是当两个前提都真的时候，结论可能是真的，而不是当前提真的时候结论必然是真的。所以，让我们试构一种解释，在这种解释里，前提是真的而结论却是假的。

为了使第一个前提真，"麋"的外延必须是"聪明的"外延的子集。

(10)



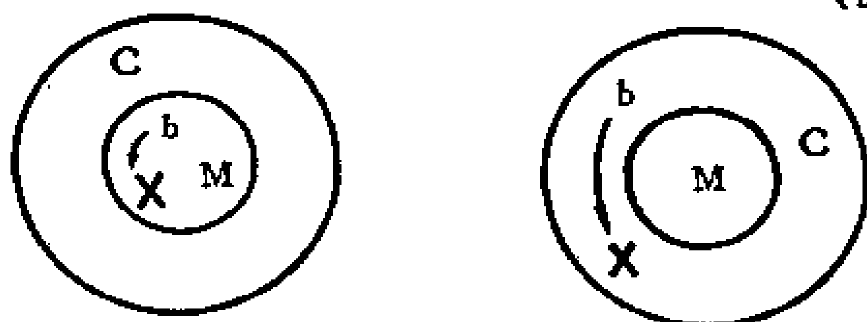
(11)



只有当布鲁斯是"聪明的"外延的元素的时候，第二个前提才是真的。

现在有两种方法来连结（10）和（11）。这种连结方法表现在(12)（a）和（12)(b）里。

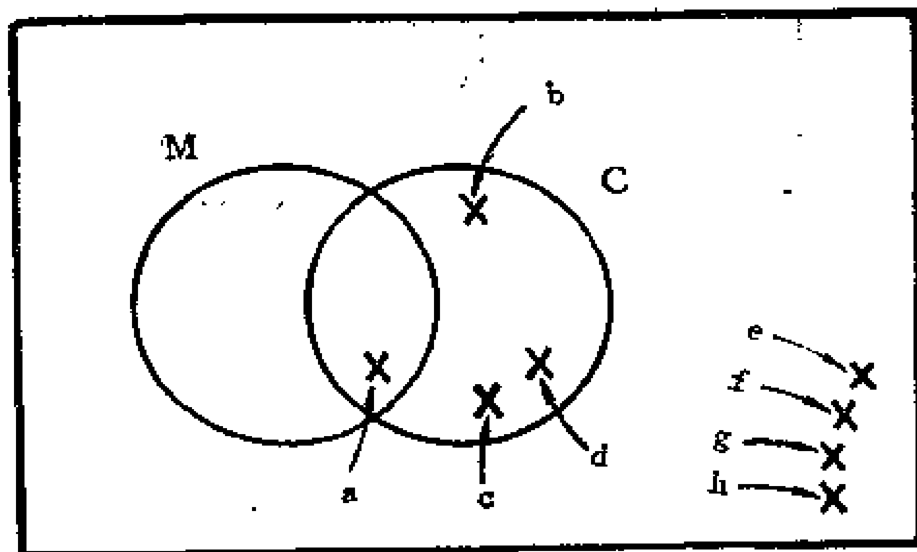
(12)



在所有（12)(a）或（12)(b）得以实现的世界里，两个前提都是真的；但（8）的结论只同（12)(a）一致，而不同（12)(b）一致。只有当布鲁斯是“糜”的外延的元素的时候，结论才是真的。

使（12)(b）里给出的情况有效的可能世界之一是用（13)的解释所描写的那个世界。

(13)



（13）说明至少有一个可能世界在那里前提真而结论却假。这意

味着（8）不是一个正确的推理。

在上面关于量词的讨论中，你可能已经注意到一个带有全称量词的语句可以由包括存在量词的语句来表示，反之也一样。概括地讲，带有一种量词的语句总可以同带有另一种量词的一个语句等值。因此（14）里的语句在所有解释中都是真的，意味着这些语句是逻辑真理。

(14) (a) $\exists x F(x) \equiv \sim \forall x \sim F(x)$

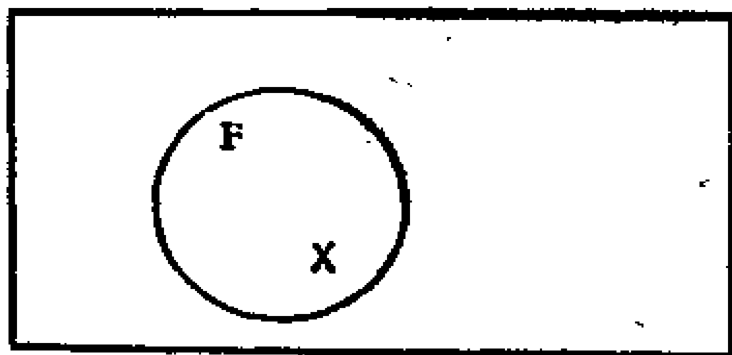
(b) $\sim \exists x F(x) \equiv \forall x \sim F(x)$

(c) $\exists x \sim F(x) \equiv \sim \forall x F(x)$

(d) $\sim \exists x \sim F(x) \equiv \forall x F(x)$

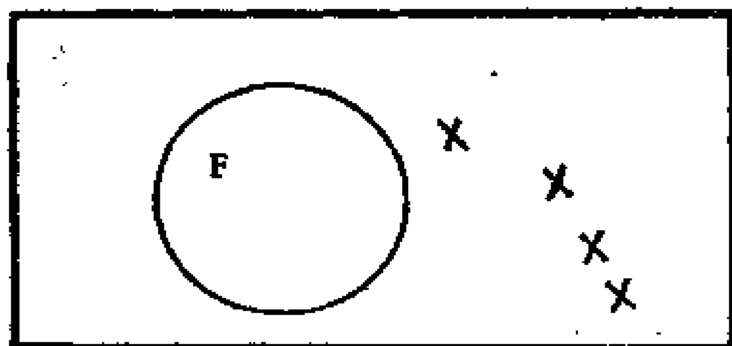
举例来说，我们可以用非形式的推理说明（14）(a) 的有效性。（14）(a) 的第一个语句讲的是象（15）指出的那样，至少有一个元素是在谓词 F 的外延之中。

(15)



(14)(a)的第二个语句，$\sim \forall x \sim F(x)$，是成分语句$\forall x \sim F(x)$的否定式。这个成分语句说的是象(16)指出的那样，在论域中所

(16)



有对象都在F的外延之外。显然，这个成分语句的否定式和语句$\exists xF(x)$是等值的。

5.6 谓词逻辑语义学概述

在这个语义学的概述中，我们将使用在语法学概述中用过的同样的术语。I是一个符号，它表示一个任意的解释。

(1) (a) $P(t)$ 在I中是真的，当且仅当t指称在I中的一个个体，这个个体是在I中的P的外延中的元素。

(b) $P(t_1, t_2)$ 在I中是真的，当且仅当$\langle t_1, t_2\rangle$指称在I中的一组对偶，这组对偶是在I中的P的外延中的元素。

(c) $P(t_1\cdots t_n)$ 在I中是真的，当且仅当$\langle t_1\cdots t_n\rangle$指称在$I$中的n元组，这个n元组是在$I$中的$P$的外延中的元素。

(d) $\forall xP(x)$ 在I中是真的，当且仅当在I中所有的个体都是在I中的P的外延中的元素。

(e) $\exists xP(x)$ 在I中是真的，当且仅当在I中至少有一个个体，这个个体是在I中的P的外延中的元素。

(f) $\sim\alpha$ 在I中是真的，当且仅当α在I中不是真的。

(g) $\alpha\&\beta$ 在I中是真的，当且仅当α和β两个语句在I中都是真的。

(h) $\alpha\vee\beta$ 在I中是真的，当且仅当语句α和β至少有一个在I中是真的。

(i) $\alpha\rightarrow\beta$ 在I中是真的，当且仅当在I中α不是真

的，或者 β 是真的。

(j) $\alpha \equiv \beta$　　在 I 中是真的，当且仅当 α 和 β 两个语句在 I 中或者都是真的，或者都不是真的。

这些真值定义初看起来可能显得很复杂，但是当你一旦读过了上述 5.4 和 5.6 两节以后，这些就成为完全自明的了。

5.7 语义学的一种形式的表述

在 5.4 节讨论谓词逻辑的语义学和在 5.6 节概述它们的时候，我们没有说明量化了的带有二元和多元谓词的语句。理由是，如果不引进一种专门的方法，这是很难做到的，而这种专门的方法对一个没有数学或哲学基础的学生来讲，是完全生疏的。

现在让我们引进某些这种专门的方法，看看更为复杂的、由量词限定的表达式是怎么得到解释的。首先，我们引进集合 D，集合 D 定义为出现在这些解释中的所有个体的集合，即，在可能世界中的所有个体的集合。

这样，我们就可以构成集合 S，集合 S 定义为由 D 里的个体构成的所有序列的集合。一个序列（见第 13 页）可以看作 D 中的个体的一种列举。同一个个体在一个序列里可以出现一次以上。比如，我们的朋友布鲁斯在同一个序列里可以出现在第九、第廿七和第九十八个位置上。(1) 里的有序 n 元组全部同容许的序列相符合。

(1) (a) 〈布鲁斯，哈罗德，丹尼斯〉

(b) 〈布鲁斯，布鲁斯，哈罗德，丹尼斯，布鲁斯，哈罗德〉

(c) 〈布鲁斯，布鲁斯〉

(d) 〈布鲁斯，哈罗德，丹尼斯，丹尼斯，丹尼斯……〉

(e) 〈哈罗德，哈罗德，丹尼斯，丹尼斯〉

最后，我们引进 f，f 叫作**指派函项** (assignment function)。

我们可以非正式说 f 为我们规定解释。首先，f 为每种解释指派一个个体的集合。对解释 In，f 指派集合 Dn，集合 Dn 直觉地讲，是在那个世界我们可以说及的个体的集合。这个集合必然是 D 的子集，$Dn \subseteq D$。有些逻辑学是这样构造的：对任何解释来说 $Dn = D$，这意味着我们在每个可能世界里找到同样的个体。其它的逻辑学不受这样的约束。从直觉上说，似乎没有理由引进讨论中的那种约束。可能世界在很多方面都是彼此不同的，似乎没有任何特殊理由说它们为什么在它们所包含的个体集合方面不应该同样有所不同。这些问题涉及到在文献中曾经广泛讨论过的可能世界的居民问题。

其次，f 在每个解释中把一个个体指派给每个个体常项。象你们记得的，这种指派在上面讨论过的语义学的比较非形式的陈述中也是做过的。

第三，f 在每个解释中为每个谓词常项指派一个外延：

f 对 In 中的每个一元谓词指派一个 Dn 中的个体集合；

f 对 In 中的每个二元谓词指派一个 Dn 中的个体的有序偶的集合；

依此类推。

第四，f 对每个解释指派一个序列的无穷集。对 In，f 指派 Sn，Sn 必然是 S 的子集。集合 Sn 是所有序列的集合，这些序列可以由 Dn 的元素构成。即使 Dn 包括有穷数目的个体、集合 Sn 也是无穷的，因为同一个个体可以出现在一个序列的几个位置。下面，我们讨论作为从 Sn 来的一个任意序列 s。

原则上讲无限数目的变项在谓词逻辑中是容许的。我们采用这种约定：个体变项用 x_1，x_2，x_3 来代替 x，y，z…。这只是一种标记的约定，对逻辑本身来讲没有任何重要性。

如上所述，s 用来指一种解释中的一个任意的序列。让我们引进下列术语。一个象 s_5 这样的表达式，是指一个序列里的第

五个位置上的个体，而 s_i 则指序列中的第 i 个位置上的个体。在有些地方，将更加明确地用 $s(_5)$ 代替 s_5，用 $s(i)$ 代替 s_i。

使用这个术语和序列，我们将根据用递归的方法定义了的概念满足(satisfaction)来定义真值。在 5.2 节我们说过，象 $W(x)$ 这样一个开语句，当且仅当布鲁斯散步的情况下，由一个个体布鲁斯来满足的。(值得注意的是，一个开语句不是由一个名字，而是只能由个体来满足。)这里将使用同样的概念满足，但是我们根据下面的假设把它和语句的真值的概念，即不带有自由变项的公式联系起来：一个公式是真的，当且仅当它为所有序列所满足；一个公式是假的，当且仅当它不为任何序列所满足。这个意思是如果一个语句为一个序列所满足，它就为所有序列所满足。

在(2)里，我们在一种解释中对满足给予递归的定义。我们说如果那个序列适当的元素满足一个公式，那末，那个序列就满足这个公式。

(2)(a) 在 In 中 s 满足 $W(x_i)$　　当且仅当 s_i 散步(这里 s_i 是 s 中第 i 个位置上的个体，W =“散步”)。

(b) 在 In 中 s 满足 $A(x_i, x_j)$　　当且仅当 s_i 称赞 s_j。

(c) 在 In 中 s 满足 $G(x_i, x_j, x_k)$　当且仅当 s_i 把 s_j 给 s_k。

——并且对其它的一元、二元和多元谓词也是这样。

(d) 在 In 中 s 满足 $\sim\alpha$　　当且仅当在 In 中 s 并不满足 α。

(e) 在 In 中 s 满足 $\alpha\vee\beta$　　当且仅当在 In 中 s 满足 α 或者 s 满足 β。

——并且对其它的联结词也是这样。

(f) 在 In 中 s 满足 $\exists x_i\alpha$　　当且仅当在 D_n 中至少有一个个体 a，使得 s_a^i 满足 α，这里 s_a^i 是通过以个

体 a 置换个体 $s(i)$ 而由 s 所获得的序列。

（注意 s_a^i 表示一个序列，而不是象相似的表达式 s_i 那样表示一个个体。）

(g) 在 In 中 s 满足 $\forall x_i \alpha$ 当且仅当在 D_n 中对每个个体 a，s_a^i 满足 α，这里 s_a^i 是通过以 a 置换 $s(i)$ 而由 s 所获得的序列。

在这种情况下，D_n 中的每个个体都可以插进 $s(i)$ 的位置。

语义学的这种表述比先前的表述（5.6节）的真正的好处就是在(2)(*f*)和(2)(*g*)所说的，这使我们能处理带有一个以上的量词的语句。

让我们看看这种方法是怎么处理带有一个以上的量词的语句的。考察一下语句(3)，这里 A 代表'称赞'。

(3) $\forall x_3 \ \exists x_7 \ A(x_3, \ x_7)$

下面(4) 里的步骤说明要使一个序列满足语句(3)，应该有什么要求。

(4) (a) 在 In 中s满足 $\forall x_3 \ \exists x_7 \ A(x_3, x_7)$ 当且仅当在 Dn 中对每个个体a，使得 s_a^3 满足 $\exists x_7 \ A(x_3, x_7)$。

(b) 在 In 中 s_a^3 满足 $\exists x_7 \ A(x_3, \ x_7)$ 当且仅当在 D_n 中至少有一个个体 b，使得 $(s_a^3)_b^7$ 满足 $A(x_3, \ x_7)$。（$(s_a^3)_b^7$ 与原先的序列是相等的，除去第三个和第七个位置，在这两个位置上发生 a 和 b 的替换。$(s_a^3)_b^7$是以用个体 b 置换第七个位置上的个体的方法从 s_a^3 得到的。）

(c) 在In中$(s_a^3)_b^7$ 满足 $A(x_3, \ x_7)^3$ 当且仅当 $(s_a^3)_b^7(3)$ 称赞$(s_a^3)_b^7(7)$，即当且仅当 a 称赞 b。

(d) 回过来看(4)(*b*)，我们看到在 In 中 s_a^3 满足 $\exists x_7 \ A(x_3, \ x_7)$ 当且仅当在 In 中有某个个体被

a称赞。

(e) 回过来看看(4)(a)，我们看到在 In 中 s 满足 $\forall x_3 \exists x_7 A(x_3, x_7)$ 当且仅当在 In 中所有个体称赞某个个体。

(f) 由于 s 是一个任意选出的序列，我们可以看到在 In 中 $\forall x_3 \exists x_7 A(x_3, x_7)$ 是真的 当且仅当在 In 中所有个体称赞某个个体。

(5) $\exists x_2 \forall x_1 (A(x_1, x_2) \to D(x_2, x_1))$

让我们观察这个更加复杂的语句并且看一看在一个任意的解释 In 中，为了使这个语句是真的，要求些什么。我们可以区别以下步骤。

(6) (a) 在 In 中 s 满足 $\exists x_2 \forall x_1(\cdots)$ 当且仅当在 Dn 中至少有一个个体 a，使得 s_a^2 满足 $\forall x_1(\cdots)$

(b) 在 In 中 s_a^2 满足 $\forall x_1(\cdots)$ 当且仅当在 Dn 中对所有个体 b 来讲，在 In 中 $(s_a^2)_b^1(1)$ 满足 $(\cdots)$。

(c) 在 In 中 $(s_a^2)_b^1$ 满足 $A(x_1, x_2) \to D(x_2, x_1)$ 当且仅当 $(s_a^2)_b^1(1)$ 称赞 $(s_a^2)_b^1(2)$ 时，$(s_a^2)_b^1(2)$ 鄙视 $(s_a^2)_b^1(1)$，即当且仅当 b 称赞 a 的任何时候，a 都鄙视 b。

(d) 回过来看看(6)(b)，我们看到在 In 中，s_a^2 满足 $\forall x_1(\cdots)$ 当且仅当在 In 中称赞 a 的所有个体都被他鄙视。

(e) 回过来看看(6)(a)，我们看到在 In 中 s 满足 $\exists x_2 \forall x_1(\cdots)$ 当且仅当在 In 中有某个个体鄙视所有称赞他的个体。

(f) 由于Z是一个任意选出的序列，我们看到在 In 中 $\exists x_2 \forall x_1(\cdots)$ 是真的 当且仅当在 In 中有某个个体鄙视所有称赞他的个体。

当分析带有一个以上量词的量化语句时，这种替换的方法和

序列的使用是必要的工具。如果你回顾一下5.6节提出的谓词逻辑的语义学的概述，你会发现适用于语句 $\forall xP(x)$ 和 $\exists xP(x)$ 这种类型的语句的真值条件。可是，在5.6节里给出的真值条件在面临包括一个以上量词的语句的时候，不能给我们以帮助。用这一节引进的方法，我们可以处理带有一个以上量词的语句，以及一对仅仅在量词的次序上有区别的语句。不幸的是在这一节里引进的技术是相当复杂的，但是我们想掌握隐藏在这些技术的后面的直觉，仍然是可能的。

5.8 关系的形式的性质

二元和多元谓词，从语义上来考虑，叫做关系；并且这些关系根据它们的形式的性质可以分成不同的类型。我们将考虑三个参项，用这三个参项，可以把二项关系（与二元谓词相当）划分为不同的群。这些参项是自返性、对称性和传递性。

5.8.1 自返性

如果所有个体都同它本身处于 R 关系中，$R(x, x)$ 是真的，那末 R 叫作一个自返性的关系。如果没有一个个体同它自己处于 R 关系中，R 就是一个反自返性的关系。下面是一些定义。

(1) (a) $\forall xR(x, x)$

如果这一点成立，这种关系就是自返性的。

(b) $\forall x\sim R(x, x)$

如果这一点成立，这种关系就是反自返性的。

一个关系不是自返性的，就叫做非自返性的。"一样大"和"等于"是自返关系。反自返关系的例子如："的父亲"和"高于"。一

个人永远不会高于他自已，或者也永远不会是他自己的父亲。“满足于”是一个非自返关系。一个人可能也可能不满足于他自已。

5.8.2 对称性

如果一个关系 R，只要在两个对象 x 和 y 之间成立，也就在 y 和 x 之间成立，也就是说如果这种关系永远在相反的方向成立，这个关系就叫做**对称性的**。如果这种关系在对立方向中永远不能成立。就叫做**反对称性的**。如果一种关系不是对称的，就叫做**非对称性的**。

(1) (a) $\forall x \forall y(R(x, y) \rightarrow R(y, x))$

如果这点成立，这种关系是对称的。

(b) $\forall x \forall y(R(x, y) \rightarrow \sim R(y, x))$

如果这一点成立，这种关系是反对称的。

“一样大”和“相遇”是对称的，而“大于”、“的父亲”是反对称的。“的兄弟”是非对称的。

如果看一下语句(2)，我们可能认为“的兄弟”是对称的，但当我们观察语句(3)的时候，我们看到并不是这样的。当一种关系有时在对立方向能成立，有时在对立方向不能成立，就是非对称的。

(2) 杰克是皮尔的兄弟。

(3) 杰克是珍妮的兄弟。

5.8.3 传递性

如果一个关系 R，只要它在 x 与 y 之间和 y 与 z 之间都成立，它也在 x 和 z 之间成立，这种关系叫做**传递性的**。如果情况

永远不是这样，就叫做反传递性的。一个关系不是传递性的，就叫做非传递性的。

(1) (a) $\forall x \forall y \forall z((R(x, y) \& R(y, z)) \rightarrow R(x, z))$

如果这一点成立，这种关系就是传递性的。①

象"大于"、"的左边"这样的关系是传递性关系，而"的父亲"是反传递性关系。许多动词如"知道"、"称赞"和"鄙视"，是非传递性关系。

(2) 如果卡努特象奥拉夫一样聪明，而且奥拉夫象根纳一样聪明，那末卡努特必然和根纳一样聪明。

所有"象 x 一样"类型的关系是自返的，也是对称的和传递的。这些关系叫做等值关系。

5.8.4 逆关系

如果当 $S(y,x)$ 是真的任何时候，$R(x,y)$ 也真，关系 R 就叫做另一个关系 S 的逆关系。"的双亲"关系是"的孩子"关系的逆关系。被动语态中的一个谓词可以看作主动语态中的谓词的逆关系。例如，"被看到"是"看到"的逆关系。任何时候，只要'沃坦看见索尔'是真的，'索尔被沃坦看见'也是真的。

---

① 在定义自返性、对称性和传递性的时候，我们故意使用了一个含糊的术语。我们是按照下列方法来定义这些概念的：

如果这（即一些公式）成立，这个关系叫做自返的/对称的/传递的。

有两方法使这些定义更加精确：

如果在一种解释中成立，这个关系就叫做外延上自返的/对称的/传递的（即在那种解释中是自返的、对称的或传递的）。

如果在每一种解释中都成立，这种关系就叫做内涵上自返的/对称的/传递的（即在所有解释中是自返的、对称的或传递的）。

后面一种定义概念的方法从语言学的观点来看是最有趣的。这意味着谓词的意义是这样的：这些定义自返性、对称性或传递性的公式，在所有解释中都显示为真。在这一节里给出的各种不同种类的关系的例子中，我们使用了这后一种更为有趣的定义的公式。

关系 R 的逆关系写作 $\breve{R}$。如果 P 代表“的双亲”，C 代表“的孩子”，我们可以说 $P=\breve{C}$，也就是说“的双亲”等于“的孩子”的逆关系。

5.8.5　关系的定义域和值域的结构

关系也可以按照它们怎样同定义域和值域相关连来分类。考察“是……的父亲”和“是……的全日雇员”这两个关系。在这两个关系之间有一个明显的形式的差别。几个人可能是同一个行业中的全日雇员，但是几个人不可能是同一个孩子的父亲。另一方面，一个父亲可以有一个以上的孩子，但是一个人不可能在一个以上的行业中当全日雇员。“是……的父亲”这种关系叫做一多关系，而象“是……全日雇员”叫做多一关系。如果关系是一多类型的，那末在值域中有一个或一个以上的元素同定义域中的每一个元素相对应。并且对值域中的每一个元素来讲，在定义域中决不会有一个以上的相对应的元素。如果一个关系是多一类型的，那末定义域中每一个元素只同值域中的一个元素相对应，并且对值域中的每一个元素可能有定义域中一个以上的相对应的元素。还有一种一一关系。一一关系总是有值域中的一个元素同定义域中的每一个元素相对应，并且对值域中的每一个元素，在定义域中就有一个确定的对应的元素。一个人和他的社会保险号码之间的关系是一个一一关系。每一个人只有一个社会保险号码，并且一个社会保险号码只同一个人相对应。这种分类中的第四种类型的关系是多多关系。这种类型的关系的一个例子作为人和书之间的“已经读过……”。一个人可能已经读过一些书，而一本书常常由一个以上的人读过。

下列图解将使这些概念更加清楚。在每个图形中，关系的域在左边给出，而值域在右边给出。

(1) 一多关系

例如："是……的父亲"

父亲　　孩子

琼斯——>鲍勃
琼斯——>亨利
琼斯——>狄克

怀特——>爱丽司

史密斯——>雷
史密斯——>苏姗
史密斯——>格雷斯

(2) 多一关系

例如："是……全日雇员"

个人　　行业

琼斯——>（西德）拜尔发动机公司

怀　特——>(美国)国际商用机器公司
史密斯——>(美国)国际商用机器公司
威尔逊——>(美国)国际商用机器公司
约翰逊——>(美国)国际商用机器公司

(3) 一一关系

例如："有社会保险号码"

个　人　　社会保险号码

琼　斯——>111—48—2257

怀　特——>231—13—7522

史密斯——>123—35—1234

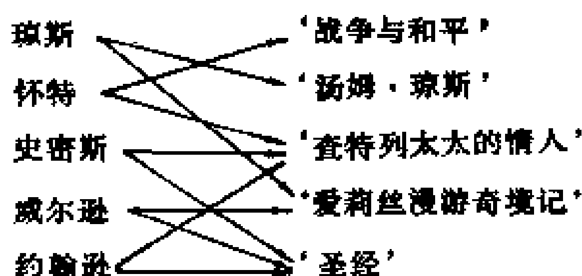
威尔逊——>257—17—2579

约翰逊——>111—11—1111

(4) 多多关系

例如："已经读过"

个人　　　　　书



多一关系和一一关系叫做函项。函项的观念已在集合论章中介绍了。为了使一个关系成为一个函项，情况必须是在定义域中的每个元素在值域中被给出的元素不超过一个。这是加在函项上的重要限制。很容易看出，函项的集合是关系集合的子集。

练　　习

1. 假设 a = 安迪　　A = 称赞

b = 伯特　　D = 鄙视

f = 弗兰克

把下面的谓词逻辑表达式翻译成习用汉语。①

(a) $A(b,f)$

(b) $A(b,f)\&D(f,b)$

(c) $\exists xA(x,x)$

(d) $\sim\forall xD(x,f)$

(e) $\forall x(A(x,f)\to D(x,x))$

(f) $\sim\exists x\forall yA(y,x)$

(g) $\forall x\forall y(A(x,y)\to\sim D(x,y))$

① 原文为"英语"，下同。

2. 把下列语句写成谓词逻辑的公式：

(a) 卡努特是丹麦人。

(b) 卡努特是自由主义者但是奥拉夫是社会主义者。

(c) 没有人喜欢丽莎。

(d) 每个学生读某一本书。

(e) 没有学生回答所有的问题 (No student answers all questions)。

(f) 如果所有学生考试不及格，那末没有学生会高兴的。

(g) 你要试试，你就可能(You can if you try)。

3. 按照自返性、对称性和传递性，给下列关系分类：

(a) "挣一样多的钱"

(b) "挣更多或一样多的钱"

(c) "是……的祖父"

(d) "热恋着"

(e) "是……的兄弟"

4. 一个人和他的指纹之间的关系是不是一个函项？

5. 给出下列关系的例子：

(a) 多多关系

(b) 多一关系

(c) 一多关系

(d) 一一关系

6. 举出谓词逻辑中一个例句，这个例句在所有可能世界里都是假的。

7. 把下列两个语句译成谓词逻辑的语句：

(a) 罗杰看到一只熊，而且纳特也看到它。

(b) 罗杰看到一只熊，而且纳特也看到一只。

8. 把下列语句的歧义用谓词逻辑的方法加以公式化：

每个人都恨某一个人 (Everyone hates someone)。

9. 举出汉语的两个表达式，使这个表达式中的一个是另一个的逆关系。

10. 在谓词逻辑中一个二元谓词如何从外延方面来解释？

11. 把下列语句写成谓语逻辑的公式：

有一股邪恶的势力(There is an evil power)。

12. 什么是开语句？

13. 下列哪些语句是等值的？

(a) $\forall x(F(x)\to G(x))$

(b) $\forall x(F(x)\& G(x))$

(c) $\sim\exists x(F(x)\&\sim G(x))$

(d) $\exists x\sim(F(x)\& G(x))$

(e) $\forall x\sim(F(x)\to G(x))$

(f) $\sim\exists x\sim(F(x)\& G(x))$

(g) $\sim\forall x(F(x)\& G(x))$

提示：参看75页。

14. 考察下列语句，当 G 代表"女孩子"，L 代表"像"，a 指称阿尔奇。

$$\sim\exists x(G(x)\& L(a,x))$$

(a) 给一种解释使这语句为真；

(b) 给一种解释使这语句为假。

15. 考察一下下列解释：

a＝阿尔奇　　c＝克莱里

b＝伯特　　d＝多丽丝

B "男孩"：$\{a,b\}$

G "女孩"：$\{c,d\}$

L "像"：$\{\langle a,a\rangle\ \langle b,b\rangle\ \langle c,c\rangle\ \langle a,c\rangle\ \langle a,d\rangle\ \langle b,c\rangle\ \langle c,a\rangle\ \langle d,a\rangle\}$

下列语句哪些是真的，哪些是假的？

(a) $G(a)$

(b) $\forall x L(a,x)$

(c) $\sim L(a,d) \vee \sim B(d)$

(d) $\sim \exists x G(x)$

(e) $\forall x L(x,x)$

(f) $\exists x \forall y((B(x) \& G(y)) \rightarrow L(x,y))$

(g) $\forall x \forall y((B(x) \& G(y)) \rightarrow L(y,x))$

(h) $\forall x \forall y \forall z((L(x,y) \& L(y,z)) \rightarrow L(x,z))$

16．考察下列解释：

a＝阿尔伯特

b＝伯特

c＝卡思伯特

H‘马’：$\{b,c\}$

L‘像’：$\{\langle a,b\rangle\langle c,b\rangle\langle b,b\rangle\langle b,a\rangle\}$

(a) 给出一个语句在这种解释中是假的；

(b) 给出一个带否定词的语句，在这种解释中是真的；

(c) 给出一个全称量化的语句在这种解释中是真的；

(d) 给出一个存在量化的语句，在这种解释中是假的；

(e) 给出一个带有存在量词和一个全称量词的语句，在这种解释中是真的。

17．构成一个使上面练习(1)的所有语句都真的解释。

第六章

演绎[1]

6.1 演绎系统

在命题逻辑和谓词逻辑两章中，我们看到一些语句从另外一些语句（或者更确切地说，命题）推导出来。当两个语句用这种方式联系起来的时候，我们说一个语句蕴涵另一个语句，而这种关系就用蕴涵符号来标记。这一章我们感兴趣的是这样一些语句，它们不论在什么样的世界里都是从另外一些语句推导出来的，也就是说，我们感兴趣的是逻辑地从另外一些语句推出的语句。语句p逻辑地蕴涵语句q的意思是说，在每一个可能世界里，p是真的，q也是真的。这也可以成为"逻辑后承"这个基本的逻辑关系的一个定义：

(1) q是p的逻辑后承，当且仅当没有p真而q假的解释。[2]

这里是两个简单的例子。第一个(2)(a)取自命题逻辑，第二个(2)(b)取自谓词逻辑。

(2) (a) $(p \& q) \rightarrow (p \vee q)$

(b) $M(b) \rightarrow \exists x M(x)$

第一个例子是说，如果语句p和q两者都真，那末至少其中之一是真的。这显然是真的，它的真实性可以通过真值表来验证。

第二个例子是说，如果一个指称为b的确定的个体具有属性M，那末有人或有东西具有属性M。这也显然是真的，这个陈述

---

① 第六章所讨论的问题的较好的论述可以在安德森和约翰斯通(1962)的著作中找到。

② 有时 $p \vdash q$（"p 旋门 q"）这个标记用来代替"q 是 p 的逻辑后承"。

的真实性可以通过不可能建立一个同这个事实相矛盾的世界而得到证明。

必须指出，在命题逻辑中，有一种形式的方法用来判定某一语句在逻辑上是真的或是假的，这就是真值表。在谓词逻辑中，没有相应的形式的方法。代替的办法是，我们必须努力创立那种能确定语句真或假的解释。

一个演绎系统提供一组规则，依靠这些规则，可以说一个语句是从另一个语句推出来的。特别是，借助演绎系统的规则，我们可以证明(2)(a)和(2)(b)是逻辑真理。与语言学上的情况相类似，我们可以说演绎系统的规则形成正确推理的“语法”。

演绎系统的大多数规则具有下列一般形式：给定一个A型的语句，你可以推论出一个B型的语句。当然，这些规则必须是保留真值的，即如果第一个语句是真的，那末第二个语句也必然是真的。我们可以说，演绎系统的规则是在“保留真值(truth-preserving)”这种有限的意义上保持意义(meaning-preserving)的。

这些规则看来象是依赖于语义学的，因为语义学为不同的语句类型给予真值条件。即使是这样，这也只是次要的一面，因为我们在这里将采取的只是演绎系统的没有争议的一些方面。

我们在下面将列出一种演绎系统的一组规则。这些规则必须照下述的方式来理解：在斜竖的左边给出一个形式的语句，我们就可以推论出一个右边的这种类型的语句。

(3) 合取引入规则

$$\begin{matrix} p \\ q \end{matrix} \Big/ \; p \,\&\, q$$

这条规则是说，如果我们知道p是真的并且q是真的，我们就可以推出它们的合取式，$p \& q$。这是自明的，然而却是有用的。

(4) 合取消去规则

$p\,\&\,q/p$ 或 $p\,\&\,q/q$

这条规则是说，如果一个合取语句是真的，那末它的每一个语句都是真的。

(5) 析取引入规则

$p/p \vee q$ 或 $q/p \vee q$

这条规则是说，如果我们已经确立了某一语句的真实性，那末我们就可以推出这一语句与任何另一语句的析取式。

用到现在为止我们已经考查过的这三条规则，我们可以说当 $p\,\&\,q$ 是真的时候，$p \vee q$ 一定真。这在(6) 中给出的那种形式的演绎式中得到体现。

(6) $p\,\&\,q$

p (根据合取消去规则)

$p \vee q$ (根据析取引入规则)

在一个演绎式中，我们一步一步地表明，一个语句是怎样从另一个语句中推出来的，又是根据什么规则做到这一点的。每一行相当于演绎推理中的一个步骤，而每一步相当于运用一条演绎规则。

(7) 析取消去规则

$p \vee q$

$p \to r$

$q \to r$ / r

这条规则是说，如果我们已经确立了下述三点，(i) 析取式 $p \vee q$ 是真的，(ii) p 蕴涵 r 并且(iii) q 也蕴涵 r，那末我们知道 r 必然真。

这条规则比前面的几条规则要复杂一些，但是它仍然可以直观地加以掌握。如果你要怀疑这条规则的正确性的话，可以用真

值表加以检验。因为$((p \& q) \& r) \equiv (p \& (q \& r))$，我们让 & 直接把三个语句组合起来。

(8) $((p \vee q)\ \&\ (p \to r)\ \&\ (q \to r)) \to r$

$(p\vee q)$	&	$(p\to r)$	&	$(q\to r))$	$\to r$
t t t	t	t t t	t	t t t	t t
t t t	f	t f f	f	t f f	t f
t t f	t	t t t	t	f t t	t t
t t f	f	t f f	f	f t f	t f
f t t	t	f t t	t	t t t	t t
f t t	t	f t f	f	t f f	t f
f f f	f	f t t	f	f t t	t t
f f f	f	f t f	f	f t f	t f
一	二	一	三	一	四

一条演绎规则正象一个推理式。在斜竖左上边的语句是前提，在斜竖右下边的语句是结论。当我们用真值表来检验一个推理式的时候，我们用括号将前提括起来并在前提之间加上合取符号，然后在这组前提与结论之间加上一的蕴涵符号。

(9) **双重否定引入规则**

$p/\sim\sim p$

(10) **双重否定消去规则**

$\sim\sim p/p$

(11) **等值引入规则**

$\begin{matrix} p\to q \\ q\to p \end{matrix} \Big/ p\equiv q$

(12) **等值消去规则**

$p\equiv q/(p\to q)\&(q\to p)$

这后四条规则是这样的明显，以致不需要什么特殊的注释。其中每一条规则的正确性都可以通过真值表来检验。

(13)蕴涵消去规则

$$\frac{p \to q \quad p}{q}$$

这条规则是说，如果我们知道 p 蕴涵 q 并且 p 是真的，那末我们知道 q 必然是真的。这条规则一般称为肯定前件式（modus ponens）。

到现在为止，我们已经考察过的这些规则是说，从特定的一组前提可以得出什么样的结论。使用这些规则，我们需要具有适当的前提。否则这些规则就不能使用。

现在，并且这是主要的，这种演绎系统提供一条规则或一种方法，它允许我们不需要从任何前提出发而进行推理。

在我们明确地表述这条规则之前，我们可以给出一个用易懂的英语表达的例子。

(14) 假定：汤姆比乔治高（Tom is taller than George），
假定：乔治比季姆高（George is taller than Jim），
假使是那样的话：汤姆比季姆高（Tom ia taller than Jim），
结论：如果汤姆比乔治高而且乔治比季姆高，那末，汤姆比季姆高。

(14)所进行的推理从直观上来看是正确的。需要注意的是，我们丝毫不知道汤姆、乔治和季姆的高度。我们只是假定汤姆比乔治高并且乔治比季姆高。从这些假定出发，我们得出结论：汤姆比季姆高，因为我们知道"比……高"是一种传递性关系。从这样的推理过程我们在演绎推理的结尾得出蕴涵命题的结论。无论汤姆、乔治和季姆的高度是多少，结论都是真的。任何时候我们从一个假定的前提出发引出一个语句，我们就可以推演出一个条件命题，它的真实性是由条件化（conditionalization）规则来给以保证的。

在(15)里给出(14)的形式表述，那里T代表“比……高”。

(15)
$$\begin{array}{ll} \left[\begin{array}{l} T(t,g)\,\&\,T(g,j) \\ \hline T(t,j) \end{array}\right. & \text{根据T的传递性} \\ [T(t,g)\,\&\,T(g,j)]\rightarrow T(t,j) & \text{根据条件化规则} \end{array}$$

对演绎式左边的线条或括号的解释是：在一个演绎中每次引入一个假定，我们就用一个括号来标志它。这个括号一直括到被引进的假定完成任务的地方为止，这是根据条件化规则来实现的。这条规则在(16)中以蕴涵引入规则的名称给出，它将给我们一个同其它逻辑联结词相并列的术语。

(16)**蕴涵引入规则**

$$\left[\begin{array}{l} p \\ \vdots \\ q \end{array}\right. \Big/ \quad p\rightarrow q$$

这个规则是说，如果我们根据演绎系统的某些规则可以从 p 推演出 q，那末我们根据蕴涵引入（或条件化）规则推出 $p\rightarrow q$。注意 p 在这个演绎式中不是前提，它只是为推理而作出的假定，而这个推理式的有效性并不依赖于这个假定的真实性。

另一个有点复杂的规则是否定引入规则。这可以用下述方式来陈述。

(17)**否定引入规则**

$$\left[\begin{array}{l} p \\ \vdots \\ q\,\&\sim q \end{array}\right. \Big/ \quad \sim p$$

这条规则是说，如果我们可以表明，我们所作出的一个假定导致一个矛盾式，我们就可以推出对这个假定的否定。

让我们用一个例子来说明这条规则。首先考察一下下述推

理：

(18) (a) 如果那是夜晚，那末阿坡罗就睡觉了，

(b) 阿坡罗没有睡觉，

(c) 那不是夜晚。

这个推理直观上看来是正确的，它具有(19)那种逻辑形式。这个论证式在文献中叫做**否定后件式**(modus tollens)。

(19) $p \to q$

$\sim q$

$\sim p$

这个推理式可以用真值表加以检验，但是我们也可以在演绎系统中从它的两个前提推出(19)的结论。我们使用否定引入规则来实现这一点。

(20) (a)	$p \to q$	前提
(b)	$\sim q$	前提
(c)	p	假定
(d)	q	根据蕴涵消去规则(即肯定前件式)从(a)和(c)推出
(e)	$q \& \sim q$	根据合取引入规则从(b)和(d)推出
(f)	$\sim p$	根据否定引入规则

否定引入规则指明这样一种方式，在这种方式中归谬法或间接推理的方法被引入演绎系统之中。当我们试图从前提(a)和(b)推演出结论(f)的时候，我们从假定我们需要的结论的否定开始。正如我们所看到的，这种假定导致一个矛盾式。这意味着，对结论（假定）的否定是错误的，这也意味着所需要的结论必然是真的。

下面我们将给出关于量词的两条规则。

(21) **全称例示规则**（第一种表述形式）

$\forall x F(x) / F(a)$

这条规则说明，如果我们知道某一谓词适用于所有的个体，我们可以推出，它适用于每一个个体，如 a。实际上，规则（21）还不是用那种足够一般的术语来陈述的。这条规则更确切地说，应该是：每当所有的个体都满足一个给定的开语句时，每一个特殊的个体也满足这个给定的开语句。我们可以用下述方式将它写下来：

（22）全称例示规则（第二种表述形式）

$\forall x\alpha(x)/\alpha(a)$

这里 $\alpha(x)$ 意谓 x 在 α 中的自由出现，并且这是 $\alpha(a)$ 意谓 a 已经代替了在 α 中的 x 的所有的自由出现。

例如，考察一下我们在用以开始我们的谓词逻辑的讨论的那个推理。在（23），我们将从这个推理式的两个前提中推演出结论"布鲁斯是麋"，这两个前提是在演绎式的（a）行和（b）行中给出的。

（23）（a）$\forall x(M(x)\rightarrow C(x))$

（b）$M(b)$

（c）$M(b)\rightarrow C(b)$　　根据全称例示规则从（a）推出

（d）$C(b)$　　根据肯定前件式从（b）和（c）推出

（24）存在概括规则

$F(a)\Big/\exists xF(x)$

或者更为一般的形式

$\alpha(a)\Big/\exists x\alpha(x)$

这条规则是说，每当一个开语句为一个特殊的个体，如 a，所满足时，那末我们可以有把握地推演出：有人或有物能满足这个开语句。

在下述演绎式中，我们看到所讨论的某些规则在起作用。

(25) (a) $\forall xF(x,b)$　　假定

(b) $F(a,b)$　　根据全称例示规则从(a)推出

(c) $\exists xF(x,b)$　　根据存在概括规则从(b)推出，

(d) $\forall xF(x,b)\to\exists xF(x,b)$　　根据条件化规则从(a)与(b)推出

借助于条件化规则及其它演绎规则，我们可以从一个前提的空集推出所有逻辑地真的语句。从一个逻辑地真的语句，我们可以推演出其它逻辑地真的语句。从一个矛盾式，我们既可以推出所有逻辑地真的语句，也可以推出所有逻辑地假的语句。这意味着，从一个矛盾式可以推出任何东西。这也许听起来是高度抽象的，但是值得注意的是，自然语言中似乎就有刚刚谈到的这种结构。

(26) 如果卡努特喝茶，那末我就是新几内亚的国王。

很容易证明从一个矛盾式推出任何语句。设 $p\&\sim p$，它是一个明显的矛盾式。从这个语句我们可以推出一个任意语句 q。理由是语句 $(p\&\sim p)\to q$ 永远不可能是假的。因为这个条件命题如果是假的，那末一定是这样一种情况，即第一个语句是真的而第二个语句是假的。可是，这种情况是不会出现的，因为，第一个语句（即该矛盾式）永远是假的。

与演绎规则相联系，我们可以作出关于所谓**公理系统**的某些一般的评述。

一个古老的观念是每门科学应该包括两类命题。第一类命题是**公理**。一个公理就是一个语句，它的真实性是被大家认为当然的。这种语句在直观上就是真的，并且它们必须相当简单，足够为所讨论的这门科学提供一个坚实的基础。第二类命题就是**定理**。一个定理就是一个语句，它是从公理根据某些演绎规则推出来的。公理化方法得以广泛运用的一个领域就是数学，而难以公

理化的领域的很好的例子就是文学批评。很难想象从一组公理可以推出斯特令伯格（Strindberg）的最近的戏剧缺乏与现实的联系。

有人曾经做过一些尝试，试图把逻辑本身建立成一个公理系统。逻辑中一个可能的公理是排中律：$p \vee \sim p$。这个规律是说，某一语句或者是真的，或者是假的，而没有第三种选择的可能。很多逻辑学家把它看作一个直观上真的语句，并且采用它作为命题逻辑的公理。可是必须注意的是，并非所有的逻辑学家都同意一定要把它作为逻辑的一条公理（参阅下面论预设的问题），因此，他们必须寻找其它的公理。这意味着我们可以谈论不同的逻辑。现代有些理论家已经放弃了所谓公理必须是直观的（如在几何中）这种条件。

不管什么时候，当定理在任何学科中从公理推出来的时候，总要使用某些演绎规则。下面我们要提供一些例子，表明演绎系统的规则在我们日常自然语言的推理过程中也在使用。

6.2 日常会话中的演绎规则

在上一节里，我们研究了逻辑中演绎系统的规则的结构和功能。在这一节里我们将看到这些规则如何在我们日常语言所实现的推理中被运用的。在这个领域中我们所取得的成就还很少，而且在现实世界中也不存在自然语言中的推理的原理。我们只希望在未来的可能世界里将出现这样的原理。

为了研究演绎规则在自然语言中的作用，我们需要研究比语句更大的语法成分的形式，也就是说，我们需要一种话语（discourses）的语法更甚于语句的语法。今天所知道的语法系统没有超出语句平面，工作正在这个领域中进行，所以未来或者可能为我们提供一种我们所需要的话语的语法。

加在逻辑的演绎系统规则之上的唯一限制是，这些规则只能产生有效的推理，也就是说，当在一条规则中斜竖左边所说的是真的时候，那末出现在斜竖右边的必然也是真的。可是，还不清楚在上一节所说的所有规则能否在日常推理中都顺利地得到应用。下述的推理是“合乎逻辑的”，但是在正常的会话中是不可接受的。

(1) A：我今天买了一本罗素的《数学原理》。

B：哦！我知道了，你今天买了一本罗素的《数学原理》，或者乔姆斯基的《语法理论要略》。

B这个陈述虽然遵循了析取引入规则，但是听起来似乎有些不恰当的。这并不是说析取引入规则在语言中从来不被使用。我们只是表明这个规则在日常会话中不可能毫无选择地“生成”出话语来。当然也许会有其它的例子，这条规则在那里是适用的。

(2) A：你认为今晚有舞会吗？ q?

B：我不知道，但有一件事是清楚的：如果玛雅在家，就会有舞会。 $p \rightarrow q$

A：但是玛雅在家。 p

A和B(高兴地齐声说)：那末今天晚上将有舞会。 q

正象我们看到的，这里使用了肯定前件式。

虽然没有充分的证据来支持这种观点，我们仍认为，逻辑上称之为间接推理的推理方法，在日常会话中是被使用的。下面的例子就说明这一点。

(3) A：我想我要出去拜访纳特。

B：纳特不在家。 $\sim p$

A：你怎么知道的？

B：如果他在家，他的汽车就会停在车库里，但是汽车不在车库里。 $p \rightarrow q$

$\sim q$

在这个例子中，我们看到某些在日常推理中非常普通的现象，在话语中并不把推理的所有步骤都明确地给出。(3) 的形式上的表述象(4)，而(4) 的形式化的表述跟上一节 (6.1) 的(20)推理式是相同的。

(4) (a) 如果纳特在家，他的汽车就停在车库，

(b) 纳特的汽车不在车库。

(c) 假定纳特在家，

(d) 那末纳特的汽车就在车库。

(e) 但是我们知道纳特的汽车不在车库，它导致同纳特在家的假定相矛盾。

(f) 所以，纳特不在家。

关于自然语言中进行的推理的另一个非常重要的事实是：我们经常不把我们由之推出我们的结论的前提表述出来。考察下面的例子：

(5) A：玛丽同一个瑞典人结了婚。

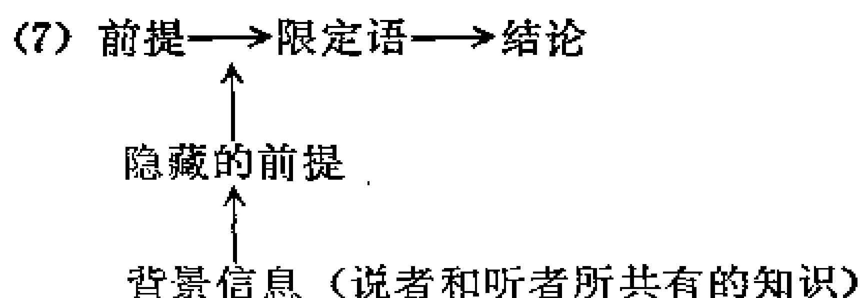
B：啊，天啊！玛丽和一个北极熊猎者结了婚。

很容易看到，这个结论不是由 A 所给出的前提推出来的。为了使推理式正确，我们必须补充下面的前提："所有的瑞典人都是北极熊猎者"。象这样的隐藏着的前提可以看作说者和听者都具有的背景知识。(6) 是(5) 的一个不太确定的表述：

(6) A：玛丽同一个瑞典人结了婚。

B：哼！玛丽大概和一个北极熊猎者结了婚。

在这种情况下，我们有另一个隐藏的前提："大多数瑞典人是北极熊猎者"。在日常会话中，我们经常使用表示某种程度的概率的状语来修饰我们的结论。在这个基础上，我们可以提出在这一类推理中起一定作用的变项。



这种限定语可以是我们在(6) 的例子中所见到的“概率形式”，或者是“如果不是这样和那样的情况，结论是能推出的”这种类型，而在所描述的情况下，结论是不能从前提推出的。

这一节的目的是要说明，演绎系统的规则可能是分析在日常语言中实现的推理的一种有用的工具，并且反过来说，它也可能是描写各种类型的推理并使之形式化的有用工具，这些类型的推理到目前为止在形式演绎系统中还没有接触到。

练　　习

1. 哪一条演绎规则允许我们从 $F(d)$ 推演出 $\exists xFx$?
2. 说明从 $p\equiv q$ 怎样可以一步一步地推演出 $q\rightarrow p$。
3. 从语句 p 本身推演出 p，很明显的是一个有效的推理。但是，在我们已经给出的演绎系统中没有 p/p 这种形式的规则。说明通过运用在第六章中已经给出的规则怎样从 p 可以推演出 p。
4. 考察下述演绎式。在每一行之后指出使用了哪一条规则推出这一行的。

(a) $(p\rightarrow q)\&(q\rightarrow r)$

(b) $p\rightarrow q$

(c) $q\rightarrow r$

(d) p

(e) q

(f) r

(g) $p\to r$

(h) $((p\to q)\&(q\to r))\to(p\to r)$

5．根据在第六章中给出的规则，从两个前提 $p\leftrightarrow q$ 和 q 推导出 p。

6．下面这段文章可以分析为一个演绎式。指出结论是怎样并且根据什么规则从前提推出的。

根纳是瑞典人并且他是一位英雄。所有的瑞典人都是酒鬼，并且所有的英雄都是杀人犯。所以，根纳既是酒鬼又是杀人犯。

7．运用演绎系统分析下述推理。指出使用了哪些规则。

奥拉夫和根纳两个都是斯堪的纳维亚海盗 (Vikings)。因此，说根纳不是斯堪的纳维亚海盗是不真实的。

第七章

模态逻辑

7.1 模态算子

正象前面几章所阐述的那样，命题逻辑和谓词逻辑仅限于谈论在某一时间的一个可能世界。可是，当我们解释自然语言中的某些语句的时候，我们似乎需要谈论到不同的可能世界之间的关系。我们在 26 页上看到了这样的一个例子。另一个例子是：

(1) It is possible that it will rain tomorrow.（明天将要下雨，那是可能的。）

说这个语句的人并不能确实知道明天的天气会是什么样子的，但他可以设想几种可能性，换句话说，明天的世界将是什么样子，对他来说是几个可能世界中的一个。当他讲 (1) 的时候，他所说的是在这些可能世界中至少有一个世界明天将要下雨。

下面这个语句可以用同样的方法来解释。

(2) It is certain that it will rain tomorrow.（明天将要下雨，那是一定的。或者，更习惯的说法是，明天一定要下雨。）

(2) 的意思是，不管将要实现的是哪一个可能的世界，明天都要下雨。换句话说是：在所有可能的世界中明天都要下雨。

这样，我们可以用下述方法给“可能”和“一定”下定义：

可能的 = 在某些可能世界中是真的。

一定的 = 在所有可能世界中是真的。

在这些例子中我们谈到的可能世界是或多或少地同我们所知道的世界相一致的。逻辑学家最关心的是逻辑上的可能世界，也

就是所有可以用一个一致的方法加以描述的世界，虽然这些世界可能被我们关于这个世界的真实的知识所排斥。例如，在某个逻辑上的可能世界中，你在此刻不是读一本为语言学家用的逻辑教科书，而是读一本体育杂志，虽然你并没有把它看作是一种实际的可能性。

与其把在所有逻辑上的可能世界中都是真的叫做"一定的"，不如叫做"必然的"。象"必然的"和"可能的"这样一些概念，在模态逻辑中得到研究。① 我们很容易看出选择这个术语的动因，如果我们认识到，象(1)和(2)这样的语句可以用所谓情态动词来表达它的意思的话，如：

(3) It may rain tomorrow.(明天可能下雨。)

其它的语言在这种情况下使用式。(拉丁文 *modus*) 这种动词性范畴。

模态概念也由语句副词象 *possibly* (可能)、*certainly*(一定)等来表达。②

逻辑学家使用一种形式体系，它跟我们在自然语言中使用的短语非常近似。这里介绍两个新的逻辑常项：*M* 和 *N*。③ 它们可以放在任何语句的前面而产生一个新的语句。这样，*Mp* 表示"*p* 是可能的"，而 *Np* 表示"*p* 是必然的"。*M* 和 *N* 叫做模态算子。可以

---

① 模态逻辑的标准的概述是休斯(Hughes)和克雷斯韦尔(Cresswell)(1968)作的。讨论模态逻辑中语义问题的其它著作是辛提卡(Hintikka)(1969)和雷斯切(Rescher)(1968)的著作。进一步的参考书以后开列。

② 对于那些熟悉概率论的读者来说，值得指出的是，作为概率论的基础的那些概念跟作为模态逻辑的基础的那些概念是十分相似的。概率的计算，比如说，一局掷骰子比赛的特定的结果是建立在存在着单掷的许多相等概率的可能组合的假定之上的。每一个这样的可能的组合或一局的结果同一个可能世界是可比的。概率常常是从 1 (它是完全确定的) 到 0 (它是不能发生的) 逐步分级的。在模态逻辑的术语中，1 等于"在所有可能世界中是真的"，而 0 等于"在所有可能的世界中都不是真的"。

③ 标记的选择范围使人感到为难。除了 M 和 N 之外，有的逻辑学家使用M和L，还有人使用◇和□，还不算有时发现的其它一些古怪的符号。在第 66 页作了介绍的所谓波兰学派的标记中，N 是用来表示命题逻辑中的否定的。

重复模态算子而且可以用命题联结词将它们组合起来，从而获得任意的复合表达式，例如：

(4) $MN\sim p\vee Nq$

在这两个模态算子之间存在某些逻辑关系。它们可以用下述逻辑上真的语句来说明。

(5) $Mp\equiv\sim N\sim p$ “p是可能的，当且仅当非p不是必然的。”

(6) $Np\equiv\sim M\sim p$ “p是必然的，当且仅当非p不是可能的”。

用可能世界的术语来说明，我们可以将(5)—(6)改写为(5')—(6')：

(5') p在有的可能世界中是真的，当且仅当，p的否定并非在所有可能世界中都是真的。

(6') p在所有可能世界中是真的，当且仅当，p的否定在任一可能世界中都不是真的。

从(5')—(6')，很容易看出(5)和(6)的确是97页上用公式表示的逻辑真值的模态逻辑的相对应的部分，而97页上用公式表示的逻辑真值是建立在全称量词和存在量词的相互关系之上的。模态算子和量词之间存在这样一种联系，是逻辑语义学的基本观点之一。

模态算子可以加到命题逻辑上，也可以加到谓词逻辑上。在第一种情况下，我们得到一个可以称之为“模态命题逻辑”的系统；在第二种情况下，我们得到一个可以称之为“模态谓词逻辑”的系统。

7.2 严格蕴涵

在命题逻辑一章中，我们讨论了命题联结词→“实质蕴涵”，

我们把它读作“如果……那么……”。我们提到过它同英语中 *if*（‘如果’）的意义并不相等，例如，如果 p 是一个假语句，那末，不管 q 的真值和意义如何，$p\rightarrow q$ 总是真的。

在英语里，*if* 很难会出现这种情况。例如(1)不太可能解释为真的。

(1) 如果瑞典在非洲，那末日本是个共和国。

模态算子为“如果”结构提供了一个另外的形式。假定我们简单地在实质蕴涵的左边加上一个 N。

(2) $N(p\rightarrow q)$

这表示，$p\rightarrow q$ 在所有可能世界中都是真的，换句话说，不存在这么一个世界，在那里 p 是真而 q 是假的。我们可以把“所有世界”或者解释为“所有逻辑上可能的世界”，或者解释为“所有实际上可能的世界”。不管哪一种解释，我们都可以很好地设想瑞典是在非洲而不需要日本是一个共和国。因此，如果我们选择把(1)形式化为(2)，我们就可以避免一些与实质蕴涵相联系的问题。① 在模态逻辑中，经常使用 $\prec$ 这样一个联结词，对它是这样下定义的：$p \prec q$（读作“p 鱼钩 q”）等值于(2)，在那里 N 解释为“逻辑上必然的”。$\prec$ 叫做“严格蕴涵”。但要注意，严格蕴涵并不是一个真值函项联结词：$p \prec q$ 的真值不能从 p 和 q 的真值计算出来。

我们也可以把 $p \prec q$ 看作关于 p 和 q 的真值集的陈述。如果 p 只有在 q 是真的时候是真的，p 的真值集就将是 q 的真值集的子

---

① 我们慎重地选择了这样的说法：“避免一些问题”，因为这仍然可能遗留一些问题。一个可能引起的问题是：如果我们把“如果…那末”解释为严格蕴涵，可能引起的一个问题是当‘如果’从句在所有可能世界中都是假的时，则具有这样一种形式的整个语句必然是真的。例如，下面的语句就是真的，因为这个“如果”从句在逻辑上是假的。

如果天在下雨并且天不在下雨，伦敦就是法国的首都。可能这还不是一个完全不能令人接受的结论。象我们在6.1节中指出的那样，人们可以用相似的语句表明一个要求的荒谬性，就象在那一节中语句(26)所说明的那样。

集（并不必然是真子集）。

7.3 其它模态

还有一些与上面指出的那些具有类似的逻辑属性的概念。例如考察一下与‘义务’和‘允许’相联系的概念族。这已经在所谓道义逻辑（deontic logic）中得到形式化。代替模态算子 M 和 N，道义逻辑运用了两个道义算子（deontic operators），通常用 O（代表“应当的”‘obligatory’）和 P（代表“允许的”‘permitted’）来表示。因此，Op 读作“p 是应当的”，Pp 读作“p是允许的”。这些算子也可以用“可能世界”的理论来解释。这里所考察的可能世界的集合是同某些道德的和法律的系统相联系的所有“理想的”世界的集合，必然是这样的世界的集合，其中每一个人都按照（基督教的）“十诫”行事。于是，Op 被解释为“在所有道德上或法律上理想的世界中都是真的”，而 Pp 被解释为“在有些道德上或法律上理想的世界中是真的”。从直观上看，一个道德的或法律的系统规定一组安排事物的可能方式：应当的就是说那些在不超出这一组方式下必须做的；允许的就是那些在这一组安排事物的方式里是可以做的。我们看到，道义算子是用一种同为模态算子下定义多少有点类似的方式来下定义的。不同之处只是所考察的世界集合的特征。因此，模态逻辑的逻辑真理常常在道义逻辑中具有严格的对应部分这并不奇怪。例如，7.1 节中的(5)就跟(1)相类似，它也是在逻辑上为真的。

(1) $Pp \equiv \sim O \sim P$

但是也有区别，那是因为我们自己的世界明显地是一个逻辑上的可能世界，但是作为一个道德上理想的世界并不那么明显，(2)(a—b)是逻辑上真的（如果 N 解释为“逻辑上必然的”），但是它的道义逻辑的相应部分(3)(a—b) 可能全是假的。

(2) (a) $N p \to p$

(b) $p \to M p$

(3) (a) $O p \to p$

(b) $p \to P p$

道义概念和模态概念之间的这种密切关系也反映在自然语言之中。几乎在所有的语言中，那些用以表达确实性、必然性和可能性的词和语素，也用以表达应当和允许（如英语中的 must 和 may）。

正如我们说过的那样，模态逻辑和道义逻辑的区别主要在于解释算子时所考察的那些世界的特征。事实上，这不仅对这两类逻辑来说是真实的，因为只要改变一下置于所考察的世界之上的条件，人们就可以使一大批概念形式化。除了"逻辑的可能性"、"实际的可能性"和"允许性"之外，人们可以把"模态"想象如"物质的可能性"(physical possibility)，"可思议性"(conceivability)，"可想望性"(desirability)，"可描述性"(describability)等等。

逻辑学家用由希腊文词根形成的名称来指象这样一些的概念，真理论逻辑(alethic logic)（它同逻辑的可能性有关），认识论逻辑(epistemic logic)（它同知识和信念有关），以至愿望逻辑(boulomaic logic)（它同欲望有关）。除了那些使外行人望而生畏的东西以外，这些名词可能由于造成这样一种印象而产生误解，这种印象指的是这些系统之间的区别好象命题逻辑和谓词逻辑之间的区别那样，而事实上，就语法来讲，这些系统跟命题逻辑和谓词逻辑几乎是相同的，区别主要在于对算子的解释。不过在某些情况下，我们得出一些系统，它们在语法上比普通的模态逻辑更为复杂。例如，我们可以给算子加上"下标"而形成所谓的命题的态度(propositional attitudes)（信念、愿望、希望、惧怕等），这种方法使算子同持有谈论中的愿望的个体发生联系。例如，在

由芬兰逻辑学家耶柯·辛提卡（Jaakko Hintikka，见辛提卡（1962））加以公式化的认识论逻辑系统中，使用了象 Bap 这样的公式。这个特殊公式的意思是“a 相信 p”。在辛提卡的系统中，这解释为“在所有同 a 的信念一致的可能世界中，P 有效”（参阅第 190 页对命题态度的这种解释的讨论）。

在讨论不同类的模态时，一个重要的概念是关于**可达性**（accessibility）或**可选择性**（alternativeness）关系的概念。我们可以想象可能世界的集合，关于这些世界我们想把它看作由同我们自己的世界或某个其它世界具有一定的关系来规定的。这种观察事物的方式的一个重要结果是，这个集合可能随着我们拿哪个世界作为我们的出发点而变化。为了了解为什么这可能是这系统所需要的特征，让我们选取“可想象性”这个概念，并且把 Mp 解释为“P 是可想象的”。现在假定可想象的东西依赖于偶然存在的能思维的动物的心智能力。由于在某个其它可能世界也可能有人类或其他能思维的实体，他们比存在于我们这个世界的人具有更高或较低的智力，由此可以推出，在某个世界里可想象的东西，在另一个世界里就可能是不可想象的。我们于是可以说，每一个世界都有一个世界的集合，这个世界的集合由这一世界经过可想象性关系而为可达的，并且这个集合可能由于从这个世界到那个世界而有所变化。

于是，一般地说，每一种模态都同一定的可达性关系相对应。象所有的关系一样，可达性关系可以借助于对称性、自返性和传递性（参阅第 103 页）这样一些形式的属性来加以刻划。例如，考察一下上面所讲的逻辑的可能性和允许性之间的区别。正如我们所说过的那样，我们生活在一个逻辑上可能的世界，但并非必然地生活在一个道德上理想的世界。这可以用下面的话加以重述：跟我们的世界具有可达性关系的世界的集合，包括我们这个世界，这是就逻辑的可能性这种情况讲的，而不是就道德的允

许性这种情况讲的。由此我们可以看到，只有第一种可达性关系可以是自返的（因为在第二种情况下，我们的世界并未处于对它自身的可达性关系之中）。

逻辑学家们花费了相当大量的时间去研究，当一个人假设可达性关系具有这种那种属性，将会推导出什么。我们可以回过头来讨论有关逻辑的可能性和允许性问题。(3) (a—b) 不是逻辑真理这一事实，是道义的可达性关系的非自返性的一个直接结果。

对于那些想阅读更多的关于模态逻辑的人来说，了解在文献中涉及的象 S_4、S_5 和 T 这样的系统的主要区别在于对可达性关系赋予一种什么属性，可能是有益的，作为一种结果，这些系统中的逻辑真理有着很大的差别。

7.4 在模态逻辑中同辖域和同一相联系的问题

7.4.1 *"De dicto"—"de re"*的歧义

在谓词逻辑一章中，我们讨论了同量词辖域相联系的一些问题。在模态逻辑中，辖域问题也是重要的，或者比在谓词逻辑中更为重要。这样说有两点理由。第一，在模态逻辑中算子的数目更多，从而有更多的在不同的方式下组合它们的可能性。第二，当模态算子跟量词组合起来时，就产生语义问题，这从一般哲学的观点和从研究自然语言的角度来看，都是重要的。我们可以选择一些由 M 和 N 算子所引起的辖域歧义的例子，但是了解另外一些情况，包括命题态度，可能更容易一些。我们上面（7.3 节）提到了辛提卡的认识论逻辑，那里将 BaP 解释为"a 相信 P"或者"在所有同 a 的信念一致的可能世界里，p 有效"。让我们用"a 的信念世界"这一词语来指同 a 的信念相一致的世界。现在看看下面的语句：

(1) John believes that all Nobel prize-winners are idiots
(约翰相信所有的诺贝尔奖金的获得者都是白痴。)

这里的问题是，约翰相信的究竟是哪些个体这一点是不明确的。可能是这样一种情况，约翰把谁是诺贝尔奖金获得者搞错了。例如，假设约翰把帕尔森斯(Parsons)教授与皮尔森斯(Pearsons)教授搞混了，并且错误地相信帕尔森斯获得奖金，而事实上却是皮尔森斯得到的。让我们进一步假定，约翰(正确地)认为帕尔森斯是一个天才而皮尔森斯是一个白痴。在这种情况下，(1)是真的还是假的？一方面，如果有人问约翰，"你认为所有的诺贝尔奖金获得者都是白痴吗？"他将回答，"不。"因为他相信帕尔森斯是一个奖金获得者而且是一个天才。另一方面，有人可以争辩说，它可能仍然是真的，因为约翰对所有事实上的诺贝尔奖金获得者的信念是，他们都是白痴。这可以更自然地表达如(1')。

(1') John believes of all Nobel prize-winners that they are idiots. (约翰对所有的诺贝尔奖金获得者的信念是，他们是白痴。)

用可能世界的术语来解释，问题归结为：或者我们说到的是现实世界的诺贝尔奖金获得者，或者是约翰的信念世界的诺贝尔奖金获得者；换句话说，看我们怎样规定(1)里那个"所有"量词的值域(range)。(1)出现的歧义对应于两个不同的可能性。它在辛提卡系统里的描述是：

(2) (a) $Ba(\forall x(F(x)\rightarrow G(x)))$

(b) $\forall x(F(x)\rightarrow Ba(G(x)))$

这里F代表"是一个诺贝尔奖金获得者"而G代表"是一个白痴"。上述公式的区别在于全称量词和信念算子所处的相对位置的不同。在(2)(a)里，约翰相信的对象是公式$\forall xF(x)\rightarrow G(x)$所表述的命题。在辛提卡的语义学中，这里的意思是，在约翰所有的信念世界中，所有的诺贝尔奖金获得者（也就是说，在那些世界中

是诺贝尔奖金获得者的那些个体）是白痴。另一方面，在(2)(b)里，约翰相信整个命题的集合，也就是对每一个诺贝尔奖金获得者（他是现实世界的诺贝尔奖金获得者），他相信这个个体是一个白痴这个命题。使用哲学中长期使用的传统术语，我们可以说在第一种情况下，我们有一个“**de dicto**”模态，而在第二种情况下，我们有一个“**dere**”模态。如果我们取另一个不包含全称量词而包含一个有它的名词短语的例子，使用这些词语的目的就会更加清楚了。

(3) **John believes that the man who robbed him was red-haired.**（约翰相信，那个抢劫他的人是红头发的。）

在(3)里出现歧义的关键是当约翰把抢劫他的人搞错了的时候。这个有定名词短语‘那个抢劫他的人’可以用来或者指事实上抢劫了约翰的那个人，或者指约翰认为抢劫了他的那个人。第一种可能性就是 *de re* 的解释；第二种可能性就是 *de dicto* 的解释。现在我们可以更好地理解 *de re* 和 *de dicto* 这两个术语。*De re* 在拉丁文意思是“关于事物的”(about the thing)，而 *de dicto* 的意思是“关于所说的”(about what is said)。在这样的语境中，我们将把它在 *de re* 的意义下加以理解，重要的是“在现实世界中的事物”（‘the thing in the actual world’），也就是说，这个摹状词在我们的世界指称什么；而在 *de dicto* 的情况下，重要的是，这个摹状词对所指称的对象说些什么。

到现在为止，我们还没有说明象(3)这样的语句如何形式化。处理象‘那个抢劫他的人’这样有定的名词短语，即所谓有定摹状词(definite descriptions)的问题，将在下面9.2节加以讨论。为了能够将(3)中所出现的歧义作为模态算子的辖域的差别来加以处理，我们必须使用所谓莱姆答算子(Lambda operator)，这种莱姆答算子将在9.4节中讨论。

7.4.2 特指性（Specificity）

当表达模态的算子同存在量词（或自然语言中同它们相应的那些词）相结合的时候，也会产生同上面讨论过的相似的歧义。我们选取一个带有道义算子的例子。考察语句(4)。

(4) John must talk to someone.（约翰必须跟某人谈话。）

对（4）来说，下述语境可以明确，如果我们假定在道义上来使用“必须”，那末这句话至少有两种理解的方式：

(5) (a) 约翰不能象隐士那样生活下去；他必须跟某人谈话，不然他就会发疯。

(b) 当约翰到达伦敦的时候，必须跟某人谈话，但是他丢了那封信，信上说到他必须同谁谈话。

我们看到，只有在（b）里，“某人”代表实际世界里的某一特指的人。在（a）里，我们说必须有某个人约翰要跟他谈话，但是这个人究竟是谁这一点并不重要。换句话说，每一个“理想世界”至少包含一个约翰要跟他谈话的人，但是并不需要在每个世界都是同一个人。下述公式描述了（4）的这两种可能的解释。

(6) (a) $O(\exists x T(a,x))$

(b) $\exists x(O(T(a,x)))$

这里 $T(a,x)$ 是“a 跟 x 谈话”。

正如我们所看到的，这里的区别仍然是算子和量词所处的相对位置不同。当存在量词处在道义算子之外，这个公式就推出在现在世界中存在着一个个体，如果位置反过来，情况就不是这样了。语言学家指称（4）的两种读法分别为“非特指的”和“特指的”。可是还有另外一种方式来理解这个术语。我们已经说过，象 5.2 节的(15)(a)这样的语句(这里复述为(7)是有歧义的。

(7) Someone is conservative.（有人是保守派。）

两种解释的差别在于，在一种情况下，说话的人心目中有一个特

指的人（他可以认出那个人），而在另一种情况下，他不能这样。关于这种歧义的本性问题，有不同的看法，但是有一点看来是清楚的，在迄今为止我们讨论过的逻辑系统之内，没有一种自然的方法可以描写它。需要注意的是，它不可能理解为一种辖域方面的差别，因为没有那样的算子可以在它的形式化方面给予不同的安排。

还需要注意的是，虽然我们在这一节中说明了英语句中的某种歧义同无歧义的、在算子辖域上相互区别的逻辑公式相对应，但是不能由此推出这些歧义必须理解为辖域歧义。其它的解释也完全是可能的。

7.4.3 晦暗性（Opacity）

同 *de dicto–de re* 的区别紧密联系着的是晦暗性概念。为了解释什么是晦暗性，我们必须首先讨论一下一条“演绎的规则”，这条规则可以称之为“同一指称的词项替代”。考察一下下面的推理。

(1) (a) 卡努特是红头发的人，
(b) 卡努特是丹麦的国王，
(c) 丹麦的国王是红头发的人。

因为丹麦国王和卡努特是同一个人，因此推理必然是这样的，即对其中之一是真的，对另外一个也是真的。所以，一般都可以用“丹麦的国王”这个词项去替代“卡努特”这个词项，或者反过来，用“卡努特”这个词项替代“丹麦的国王”这个词项，而不会改变这个语句的真值。① 但是，也有这种情况，使用这一原理会将我们引入歧途。考察一下下面的（非有效的）推理。

① 我们说这些词项是可以交换的，用拉丁文短语来说，就是 salva veritate，即“不改变真值”。

(2)(a) 丹麦国王可能已是卡努特以外的某一个人，

(b) 丹麦国王是卡努特，

(c) 卡努特可能已是卡努特以外的某一个人。

很明显，(2)(c)不是从(2)(a)推出来的，至少是当我们对这些语句采用它们可能是最自然的解释时，不是从(2)(a)推出来的。作这样的解释的时候，(2)(a)是说，可能已经是这样一种情况，即卡努特之外的某一个人统治着丹麦，这说的是一件完全自然的事情；而(2)(c)说的是，可能已经是这样一种情况，即卡努特跟他自身不是同一的，这就出现了逻辑矛盾。换句话说，(2)(a)提供这样一种语境，在那里不能用有共同指称的词项(co-referring terms)相互代替。这种语境我们称之为晦暗的(opaque)语境。(那种非晦暗的语境就叫做显透的(transparent)语境。)

什么样的语境是晦暗的，并且为什么是晦暗的？注意(2)(a)在我们所提到的那种解释下，是关于一个模态结构使用 *de dicto* 读法的一个例子。一般地说，这是模态结构创造对名词短语(在 *de dicto* 读法下)的晦暗的语境的一个例子。有时“晦暗的”和“显透的”两个词的确被当作 *de dicto* 和 *de re* 的同义词来使用。如果我们考察一下用可能世界的术语对这种语句的解释，它之所以是这样就很清楚了。上文(2)(b)的同一性陈述(identity statement)是关于我们世界的同一关系的。另一方面，在(2)(a)中，我们说的是某个另外的可能世界，在那个世界里，这个同一性陈述完全可能是假的。另一种解释它的方法是，(2)(a)不是一个关于真正的丹麦国王的真实的陈述。

在晦暗的语境中，关于个体词项的关键性的东西是，我们不仅必须考察这些个体词项在我们自己世界的外延，还必须考虑它们在其他可能世界的外延。我们在论内涵逻辑这一章(第八章)里，可以看到，这可能成为在一个表达式的外延之外，还必须假设所谓表达式的内涵的一种论据。

"晦暗性"这个词是由罗素和怀特海德在他们的《数学原理》一书中采用的，但是这个观念的起源可以追溯到德国数学家戈特罗布·弗莱格的著名论文《论涵义和指称》(Über Sinn und Bedeutung)。弗莱格注意到有共同指称的词项互相代替在间接引语语境中并不是一般地可能的。在"间接引语"的最广意义下包括象认识动词(epistemic verbs)("知道"、"相信"的补语)。他断定在这种语境中，一个表达式不具有它通常的外延 (Bedeutung)，而具有他称之为"间接的"(ungerade)外延。弗莱格把这种间接的外延等同于这个表达式的内涵(Sinn)。弗莱格的一个后来成为经典的并且经常被提到的例子就是那个晨星悖论。我们可以把它表述为下面的非有效的推理，这个推理跟上述(2)式相类似：

(3) (a) 哥白尼知道晨星是一颗行星。

(b) 晨星和昏星是同一颗行星。

(c) 哥白尼知道昏星是一颗行星。

(*The Morning star*(晨星)和 *The Evening star*(昏星)是对金星的不同称呼)*

实际上这个例子并不是一个理想的例子，因为晨星和昏星具有相同外延这一点，并不是十分明确的，人们可能争论说，它们指的是金星不同方面或表征("出现在早晨的金星"和"出现在黄昏时的金星")。

7.4.4 跨越世界的辨认 (Cross-world identification)

我们还将在这个标题下叙述跨越世界的辨认问题。

我们说一个个体，例如说雷夫·艾利克森在另一个可能世界里具有如此这般的一种特性，这是什么意思？我们怎么知道在另一

* 译者注：中国古代将早晨出现的金星称为启明星，将黄昏出现的金星称为长庚星。

个世界的那个人真是雷夫·艾利克森，如果他具有完全不同于在我们的世界那个人所具有的特性？例如，如果我们说：

(1) 雷夫·艾利克森可能留在家里而从来没有发现过美洲。

有人可能反过说，如果雷夫·艾利克森没有发现美洲，他就成为另一个人，因此，如果他根本没有那样做，而谈论什么可能已经发生，是毫无意义的。这类问题给很多从事模态逻辑语义学研究的人造成了麻烦。传统上认为，属性有两种类型：本质的（或必然的）和偶然的。如果 p 是雷夫·艾利克森的一个本质属性，那末，雷夫·艾利克森在每一个可能的世界都具有 p，或者换句话说，如果某种东西在某一世界不具有 p，那末，它就不是雷夫·艾利克森。如果我们知道了什么属性是本质的和什么不是本质的，那末，我们就不存在跨越世界的辨认问题。但是，很难对本质属性这个概念给予任何实质性解释，至少对个体对象是如此，而对一类对象可能要容易一点。有人试图给以另外的解决办法，但那就使我们对这个问题在这里探讨得过深了。①

7.5 反事实语句

同讨论实质蕴涵相联系，我们已经有机会提到反事实的条件

① 克利普刻(Kripke)（1972）是读到关于这些问题的更多论述的一个最好的地方。在这里需要提到的一个建议是美国哲学家大卫·刘易斯(David Lewis)提出的(参阅刘易斯(1968)。按照他的观点，在不同的世界中，任何对象之间都没有同一关系。代替的是，在一个世界中的一个对象，在另一个世界中可能有一个或几个对应部分。原则上，这些对象是作为相互之间最相似的对应部分而被选出的。刘易斯的思想为语言学家乔治·莱柯夫(1970)所运用，他在一次最初的重要尝试中，企图把可能世界的概念用于语言的语义学。莱柯夫想解释为什么象下面的语句中宁可用'我'(me)而不用所预期的'我自己'(myself)。

I dreamed that I was Brigitte Bardot and that I Kissed me.（我梦见我是布里给特·巴多特，并且我吻了我）。

莱柯夫的假设是，在最后的分句中，"我"(I)和"我"(me)都是指称说话者的对应部分，但是，这两个"我"在他们所存在的世界或一些世界中，并不是相互同一的，因而没有满足使用反身代词的共同指称的条件。

语句（第 44 页）。我们也提到过严格蕴涵比实质蕴涵可以更好地“翻译”(translation)英语中的从属连词 *if*（如果）（第 128 页）。然而，在反事实语句中，严格蕴涵显然是不适用的。考察下列语句。

(1) 如果约翰是比尔的兄弟，比尔就有六个兄弟。（我们假定在现实世界中比尔有五个兄弟。）

如果我们将(1)翻译为 $p \mathbin{-\!\!3} q$，它的意思是在所有可能世界中，约翰是比尔的兄弟，比尔有六个兄弟。但是这看来不是真的，因为完全可以有这样的可能世界，在那里比尔的一些真正的兄弟并不是他的兄弟，或者在那里比尔有七个或者有八个兄弟。

还有，(1) 看来是一个在给定的情况下的真实的陈述。我们需要把握的直觉的是：在一个象(1)这样的反事实语句中，我们是在谈论一种情况，这种情况尽可能地同使 *if*（如果）从句成为真的那种真实的情况相似。换句话说，我们是在谈论到一个世界或许多世界，这些世界不同于我们的世界仅仅在于我们使约翰成为比尔的一个兄弟。有些逻辑学家（例如大卫·刘易斯 (David Lewis) (1973) 和罗伯特·斯托雷克尔(Robert stalnaker) (1968)）曾经提出解释这种直观的意见。他们是通过引进可能世界语句的“相似度”的概念来做到这一点的。借助于这个概念，我们可以引进一个具有下述解释的算子 $\square\!\!\rightarrow$。

(2) $p \square\!\!\rightarrow q$ 在一个 W 世界中是真的，当且仅当，在 p 为真的许多世界中的那个最相似于 W 的世界中，q 是真的。（在某些情况下，这个规则必须加以修改，用“那些世界”代替“那个世界”，因为两个世界可能是同等程度地相似于现实的世界。）

7.6 时态逻辑和参考点

考察这样两个语句。

(1) 二加二等于四。

(2) It was raining。(曾经在下雨。)

(1) 和(2) 在一个主要方面是有区别的。(1)在任何时候叙述,它都是一个真语句,而(2) 的真值却由于说它的时间和地点而有所变化。实际上,自然语言中大部分语句都是在这种或那种方式下依赖语境的 (context-dependent),①这就是说,为了真正了解一个语句,我们必须知道一些关于这个语句陈述时的语境。所谓指示表达式或者索引表达式 (deictic or indexical expressions) 就是一个关于这方面的大家熟悉的例子。正如我们知道的那样,象'我'、'我们'、'你'、'这个'、'那个' 这样一些代词的指称,以及象'现在'和'这里' 这样一些副词的指称,是由在什么时间和什么地方谁对谁说这样一些因素决定的。与此不同,谓词逻辑的表达式不表现任何这样的语境依赖性。因此,如果我们研究谓词逻辑的语义规则,我们找不到任何有关言语环境的参考因素。一个语句或者真的或者假的,它所出现的语境没有任何意义。

有些逻辑学家想建立起一些系统,能够在这方面更象自然语言。他们曾经建议,一个语句的真值应当仅仅在同一组参考点或索引 (reference-points or indices) 的关联中来决定。这种参考点或索引包括象说话者,听话者,说话的时间和说话的地点。因此,我们能够说(2)对于(比如)伦敦 1975 年 5 月 23 日 2 时来说是真的。

逻辑学家们已经试图结合进他们系统中去的、与各种自然语言有关的一个特征,是时态范畴。(这些逻辑学家中突出的是新西兰的亚瑟·普莱尔 (Arthur Prior),例如普莱尔的著作 (1957、1967、1968)。)为了这个目的,他们建立了所谓时态逻辑 (tense logic)。时态逻辑跟模态逻辑无论在语法方面还是在语义方面都很

① 我们在这里不是指语境自由语法和语境制约语法之间的区别。

相似。通常是，给命题逻辑或谓词逻辑的普通语法增加一组（四个）时态算子，我们使用F、H、G和A四个符号来表示它们，并且，按照下述规则加以解释：

(3) (a) $F\alpha$相对于一个时间点t来说是真的，当且仅当，α相对于一个在t之后的时间点来说是真的。

(b) $H\alpha$相对于一个时间点t来说是真的，当且仅当，α相对于一个在t之前的时间点来说是真的。

(c) $G\alpha$相对于一个时间点t来说是真的，当且仅当，α相对于所有的在t之后的时间点来说是真的。

(d) $A\alpha$相对于一个时间点t来说是真的，当且仅当，α相对于所有的在t之前的时间点来说是真的。

在时态逻辑的语义学中，时间点（或者，如果我们愿意的话，可以称作这个世界的在每一时间点的状态）与模态逻辑中可代换的世界相对应。从直观上说，我们了解带有时态算子的表达式，是通过了解简单表达式在其它的时间点为真是什么意思这一点来实现的。下面的比喻在这里或许会有帮助。设想某个多产的影片制造商制作了一组巨型影片，每一部影片描绘某个可替换的"世界历史"，并且它是由一系列的镜头所组成，每一个镜头表现出这些可代换的世界历史中的某个时间点的世界曾经是（现在是，或将来是）什么样子。看来，将"可能的世界"这个词限制在我们这里称之为"可代换的世界历史"，并且用"可能的世界状态"来表示由许多镜头所表现的相继状态，是合适的。现在要注意，如果某人从这些影片中抽出一些剪片并拼地放置着，那末它的两个度就不同了：每部影片的垂直度代表时间，它是有序的，但是，那些碰巧并排在一起的镜头却不与任何这样的次序相对应。

对于任何一个时间点，我们可以区别在它之前的点和在它之后的点。这就使在时态逻辑中具有四个算子成为可能，但是模态

逻辑只有两个算子，因为在模态逻辑里没有同提到的那种区别相对应的东西。

象模态算子一样，时态算子也可以重复运用。例如，我们可以得到下面这样一个的组合：

(4) HAP 'It has been the case at some point in time that it had always been the case before that point that P.' （"*p* 在那个时间点之前总是真的，这句话在某个时间点上是真的。"）

正如在模态逻辑中一样，我们也在时态逻辑中发现某些意义在辖域上的区别。例如，看看下面的例子。

(5) All people have been small children.（所有的人都曾经是小孩）。

这个语句有两种解释，虽然其中之一事实上是荒谬的，或者我们要说，对于每一个人，都曾经有一个时候，那时他是小孩（这是真的）；或者，我们要说曾经有一个时候，那时所有的人都是小孩（这是假的）。时态逻辑为我们提供下述方法来将这两种解释加以形式化：

(6) (a) $\forall x HC(x)$

(b) $H(\forall x C(x))$

这里歧义被解释为算子 H 的辖域的不同。但是，为了能够解释这些公式，我们需要确切地知道量词的值域是什么。否则，我们不知道我们是否谈到所有现在存在的人，所有在任何时候存在过的人，或者所有在过去某个或某些特定时间存在过的人。读者可以自己试一试，这些可能性中的哪一个可能性使(6)(a—b) 有意义。

同样的歧义可以在带有摹状词的语句中找到，例如：

(7) The Pope has always been a Catholic.（教皇总是一个天主教徒。）

这具有（8）中所说的两种可能的解释。

(8) (a) The person who is now Pope has always been a Catholic.（那个现在是教皇的人总是一个天主教徒。）

(b) It has always been the case that the person who was Pope was a Catholic.（总是这样的情况，那是教皇的人就是一个天主教徒。）

时态算子和自然语言的时态之间的关系是什么？算子 *F* 和 *H* 有时被分别称之为“将来算子”(future operator) 和“过去算子”(past operator)。这样的术语可能产生误解。因为它暗示 *F* 和 *H* 同英语中的将来时和过去时相对应。可是，把它们同英语里的任何单独的时间范畴等同起来是不行的。例如，如果我们考察一下(简单)过去时，我们可以看到当它被正常运用的时候，它包含一个对由语境给定的一个时间点或一个时间阶段的隐含的指称。因而，象（2）这样一个语句，这里重复一下，是多少有些奇怪的，如果语境没有使决定被指称的是什么时间点或时间阶段成为可能的话。

(2) It was raining（曾经在下雨。）

在我们这里已经介绍的时态逻辑系统里，这种隐含的时间指称是不可能的，有人可能因而争论，一个象 Hp 这样的公式同现在完成式的英语语句是很接近的。例如(9)。

(9) It has been raining.（已经在下雨。）

但是，(9) 在正常情况还有其它的涵义，例如，雨的结果仍然可见，而这是不能从时态逻辑公式中引申出来的。因此，我们看到，我们在这里已经概略地介绍了的这种时态逻辑，就包含英语时间的细微之处来讲，是过于粗糙了，当然，这并不意味这些细微之处不能进行逻辑的分析。

练　　习

1. 在下面表达式中，N 的辖域是什么？

   a. $N\ (\forall xF\ (x))$

   b. $\forall x\ (N\ (\exists y\ (F\ (x,\ y))))$

2. 翻译成模态命题逻辑：

   正在下雪或不在下雪，这是必然的。

3. 翻译成模态命题逻辑，并且尝试找出改变算子辖域的所有可能性，即使并非所有这些可能性都是这个语句的可能解释：

   所有的学生可能读一本书。

4. 考察下列错误的论证（从奎因的著作（1964）中改编的）：

   乔治已经跟玛丽结了婚。玛丽是一个寡妇。所以，乔治已经跟一个寡妇结了婚。(George married Mary. Mary is a widow. Hence, George married a widow.)

   是什么把这个论证跟下面的正确论证区别开来的？

   乔治爱玛丽。玛丽是一个寡妇。所以乔治爱一个寡妇。(George Loves Mary. Mary is a widow. Hence, George loves a widow.)

第八章

内涵逻辑和范畴语法

8.1 内涵和外延

在上面几章中我们已经说明逻辑分析怎样平行于语言分析。在这一章中我们将试图把它们结合成一个统一的理论。

在谓词逻辑中，我们通过将我们的语言与一个模型联系起来的方式给语言表达式赋予意义，在这个模型中，给个体常项和谓词常项指派一定的外延，也就是说给个体常项指派单独的对象，对谓词常项指派一组对象。换句话说，对一种语言提供一种语义学，就包括提供这样一种解释，即个体词项和谓词词项应该指称这个世界中的什么对象。经过这样做以后，第二步我们就可以对谓词逻辑的语句表述出真值条件的公式。反过来，这又使我们能够刻划出谓词逻辑的逻辑后承的观念，从而掌握住谓词逻辑中可能有的逻辑推理的种类。但是我们正常使用的很多推理类型并不能为我们在第五章中所描述的谓词逻辑的简单类型所包括。我们已经讨论过怎样增加一些模态算子，现在还要增加更多的算子。我们过去对谓词逻辑的一种不适当的和过于简单的看法是这样一种语义学概念，它将语言表达式和世界上的对象作简单的配对。人们早已认识到，对意义的这种简单的解释，虽然可能是必要的，而且作为第一步来说也是合适的，但是它是十分不够的。最早的一个论证以指出这样解释意义对刻划些有趣的推理类型是不适当的，是由斯多亚派提出的。他们所说的逻辑悖论（称之为厄勒克特拉悖论）就是一个例子。这个例子表明对意义作简单的指称的解释会导致谬误，从而不可能是正确的（参阅论间接推

理一节)。它的情节是这样的：奥列斯特回家来了，厄勒克特拉不认识他，虽然她知道奥列斯特是她的哥哥。

(1) 厄勒克特拉悖论是：

(a) 前提：厄勒克特拉不知道站在她面前的这个人是她的哥哥，

(b) 厄勒克特拉知道奥列斯特是她的哥哥，

(c) 站在她面前的这个人与奥列斯特是同一个人，

结论：厄勒克特拉既知道又不知道这同一个人是她的哥哥。

相似的例子在一些世纪中曾多次有人提出过。中世纪的经院哲学家弗莱格、罗素、卡尔纳普和车尔契就是少数几个有贡献的人。我们在上面论模态逻辑的一章中，以“晦暗性”为标题对其中某些情况进行了讨论。

解脱这种类型的悖论的通常方式是由斯多亚派他们自己指出的。我们必须在语言表达式和这个世界的对象之外，还要区别出第三种类型的实体 (entity)，那就是涵义 (senses) 或概念。(斯多亚派使用术语为“lecton”。)

当我们对一个语言表达式的意义给予一种解释时，不能满足于将它与一个对象或者对象的集合产生联系；我们还必须对这个表达式提供一种含义或一个概念。在我们以后的讨论中，我们将使用近年来已经普遍采用的术语，即将与一个表达式产生联系的含义或概念称为它的内涵；而对于同一表达式的外延，我们就将它解释为它所指称的那些对象。① 这些概念在第6页就已作了

① 内涵与外延的概念原来使用时只与所谓的普遍词项相联系，即那些可以使用于几个不同对象的词项。这样，‘树’这个词就指称一个巨大的对象的集合，即它的外延，而这是借助于它的内涵来实现的，这种内涵可以描述为通过对所有的树所共同具有的属性进行抽象而形成的概念。参阅W·尼尔和M·尼尔(1962)。以后，这种区别由卡尔纳普又推广运用于单独词项之上。参阅卡尔纳普(1947)。现在，大体上说，这种区别跟弗莱格所说的“Sinn”(涵义)和“Bedeutung”(指称)的区别具有同样的重要性(弗莱格(1892))。

介绍。

让我们首先指出一种解决我们悖论的形式。这个矛盾的结论是说厄勒克特拉既知道又不知道那个人是她的哥哥。现在如果我们更仔细地考察一下导致这个结论的前提，我们就会发现在(a)和(b)中，我们使用了两个不同的表达式去指称这个人，即‘奥列斯特’和‘站在她面前的人’。我们还直观地发现，虽然事实上这两个表达式指称的同一个体，但它们却具有不同的涵义。用我们在上面所介绍过的术语说，就是它们具有相同的外延却具有不同的内涵。现在我们进一步提出，正是这使得(a)中说厄勒克特拉不知道的命题（见第 24 页）与(b)中说厄勒克特拉知道的命题不同。她在(b)中的知识是属于表达式‘奥列斯特’的内涵，而不是属于它的外延。这使得前提(c)不相关，因为它仅仅断定外延的同一性。就外延来说，从内涵的知识不能推出任何东西。因此，这个结论是不合逻辑的。

要注意，促使我们引入内涵的那种困难是依赖于我们所选择的谓词类型的。如果我们选择了某些象‘吻’或‘杀’这样的谓词，就不会产生悖论，如(2)：

(2) (a) 前提：厄勒克特拉杀死了站在她面前的人，
(b) 站在她面前的人是奥列斯特，

结论：厄勒克特拉杀死了奥列斯特。

这样有些谓词可以说是外延的，而另外一些如‘知道’、‘认识’或者‘了解’等则是内涵的。这两类谓词相互之间的区别主要在于它们所关注的是所指称的对象的哪一方面。

所以，如果我们想了解更多的关于语言和推理的话，内涵和外延看来一样是必要的。正如我们在第二章中所看到的，内涵和外延的区别可以用来解释如这样的奇怪现象，包括所谓的美国女总统的集合等同于所有会编写计算机程序的狗的集合这样的主

张。这些集合在外延上是相等的，但是用来指示这些外延的两个表达式具有不同的内涵。

8.2 内涵

下面我们将试图讨论我们怎样最好地设想内涵。它们是以某种方式依附于语言表达式的某种理想的抽象实体吗？这种观点被称为概念实在论，因为它的支持者相信内涵（概念）具有真实的独立的存在。或者，除此以外，内涵是使用这些表达式的人所具有的某种心灵的观念吗？这种观点通常被简单地称作概念论。最后，它们或者是某种完全不同的东西。对内涵的分析的一种有益的建议是由那些发展模态逻辑的逻辑学家们提出来的（卡尔纳普、克利普刻、卡普兰、蒙塔古）。① 他们为了论述内涵而将纯粹外延的语义学的优越之处与模态逻辑中的某些观念结合起来。这些观念基本上是这样的：当我们考虑到'美国的女总统'的内涵时，我们仍然是真实地想到外延，但那不是我们世界的外延（即空集）。我们想到的是这个表达式所具有的在某个可能世界的外延，在那个可能世界中，美国有一个女总统。这个表达式的外延自然不需要在每一个可能世界中都是相同的。我最喜欢吃的菜可以是这个世界的北京烤鸭，也可以是那个世界的肯塔基的油炸子鸡，这就意味着名词短语'我最喜欢的菜'在两个世界中具有不同的外延。由此推出即使两个表达式在我们的世界中具有相同的外延，也不需要说它们在某些其它的世界中也具有相同的外延。这样，我们就可以最终区别出'美国的女总统'和'会编写计算机程

① 见卡尔纳普（1947），克利普刻（1963），卡普兰（Kaplan）（1963），蒙塔古（1974）。

序的狗’。

但是我们还未满足。究竟在不同的可能世界中，什么是一个表达式的所有不同的外延所共同具有的东西呢？究竟是什么使它们成为例如所有“红的”而不是“蓝的”外延呢？我们的回答是“那个内涵”，而为了详细作出这个回答，我们需要同时对另一个问题作出一个尝试性的回答，而这个问题曾使得语义学家们和逻辑学家们烦恼了很长时间。

那种使我们可能使用语言去述说这个世界的东西是什么？它是怎样可能使我们通过使用‘窗子’这个词，不仅使我自己，而且使任一说同一语言的人去识别出这个世界中的一个特殊对象？换一句话说，使语言和这个世界连结起来的粘合物（glue）是什么？

对这个问题的经典回答是命名（naming）或标记（labelling）关系。所有的语言表达式的确都是标记，它们命名对象或对象的集合。命名关系应该是没有问题的，而问题恰恰在于要说明怎样可以在一种语言中，将每一件事物归约为某种名称。（这基本上是我们在分析谓词逻辑的语义学时所做的。）现在我们将提出另一种方法。那就是使用内涵作为我们所寻求的那种连结语言和这个世界的粘合物。一个内涵就是使一个语言表达式和它的外延产生联系的某种东西。它决定一个语言表达式的外延。当我们具有一个表达式的内涵的知识时，我们从而就有了一种工具——或者如果我们愿意的话，可以称作一种原则，使用这种原则就可以识别出在这个世界的那种对象，那种对象也就是这种原则所具有的外延。我们可以使用我们以前所用的术语，说一个内涵就是一个函项，它是那样一种东西，在每一种可能的情况或世界中，它可以准确地识别出那些对象，那些对象就成为一个给定的表达式的外延。通过引进集合论和模态逻辑，我们从而可以将内涵解释为从可能世界到外延的函项。回到前面提到的一个问题，我们因此可以说，

一个表达式在不同的可能世界中所共同具有的不同的外延，就在于它们都是一个内涵函项的值，这个内涵函项可以在每个可能世界中准确地识别出相关的外延。

我们可以看到，这种分析跟第55页我们所说的语句的意义紧密联系着。我们在那里论证了，一个陈述句的意义，在一个重要的方面是，可以等同于这个语句的真值条件。真值条件反过来也可看作是一个决定语句在特定的可能世界中或者真或者假的工具，换句话说，是从可能世界到真值的函项。如果我们把真值看作是一个语句的外延（这或者是一个有点奇怪的假定，然而是一个证明为非常适当并且比将外延假定为象事实或事件的情况更简单的假定），① 那末，这正是我们希望作为一个语句的外延的那种东西。这样，一个命题（通常就叫做一个语句的内涵），就是一个从可能的世界到真值的函项，同时，谓词和个体词项的内涵就分别是从可能世界到对象集合和对象的函项。

值得提出的是，这种对内涵的分析使得概念基本上是不依赖语言的。一个内涵具有既作为它的域（可能世界）又作为它的值域（对象和真值）的语言外的实体。这里我们又面临着古典的问题：需要决定一个内涵或者等同于它的主目和值的有序偶的集合；或者等同于真正抽象的无时间性的实体，这种实体与具有对象和真值的世界相联系；或者，按观念论者的观点，等同于一定的心灵的构造。可是我们要解决这个问题，就必须设法将内涵与语言联系起来。我们是通过导入一个一般解释函项I来实现这一点，这个一般解释函项I对于每一个语言表达式都给予我们一个适当的内涵。我们得到下述一般的描述：

---

① 对这种选择，弗莱格最初的理由之一是，他可以发现，当外延上相等的词项在一个语句中互相替换时，没有其它的对象可以象真值那样保持常数。外延是所需要的不变的对象，因为，如果在语句中词项的外延没有改变，那末这个语句的外延也就不会改变。

(1)　I(红) = 内涵$_{\text{红}}$

$\text{Int}_{\text{红}}(W_n) = \text{Ext}_{W_n}(\text{红})$

这里：

W_n = 具有指标为 n 的可能世界

I = 一般的解释函项

$\text{Int}_{\text{红}}$ = ‘红’的内函

$\text{Ext}_{W_n}(\text{红})$ = ‘红’在 W_n 中的外延

一般解释函项识别出红的内涵（这个内涵本身是一个函项)。然后，‘红’的内涵给予我们任意一个可能的世界 W，‘红’的内涵就在那个世界之中。我们可以运用图解法将它描述如(2)。

(2)　语言表达式


一般解释函项

语言表达式的内涵

可能世界 ——→ 在不同的可能世界中的适当的外延

8.3 弗莱格原理

当我们讨论逻辑联结词的时候，我们注意到它们具有一个重要的共同特性，即作为真值函项的特性。那就是，对简单语句给予任一真值的组合（我们把真值当作语句的外延)，联结词的选择就完全决定了所造成的复合语句的真值。换句话说，它们是那样一些实体，这些实体给予我们这个整体的外延，而这个整体被看作其各个部分的外延的一个函项。这种观点有时就称为弗莱格原理（虽然对弗莱格实际上精确地表述了这个原理这一点还有某些怀疑)，它可以更一般地表述如下：

一个复合表达式的意义就是它的各个部分的意义的一个函项。如果不再有别的原因，那末，如果我们要解释人的语言是怎样可以被了解的话，这个原理看来是需要的。由于对人可能理解的全新的语句的长度和数量似乎并没有硬性的限制，考虑到人脑的有限容量，如果没有某些象弗莱格原理这样的原理，就很难解释这怎么会从根本上说是可能的。如果为了从各个部分的意义演算出整体的意义，需要一个无穷数的函数的知识，我们自然是毫无办法的。因此，我们必须假定有某种递归性包含在内，那就是说我们可以将相同的运算（函项）一次再次地运用于它自己的结果之上，正如由逻辑联结词所指定的真值函项，原则上可以无限地重复运用一样。

如果我们对整体的意义必须是它的各部分的意义的一个函项这种观念再增加另外的观念，即一种语言的语法基本上与一种语言的语义相联系，也就是说，语法是一种映射，它表明各个部分的意义是怎样组合到整体的意义中去的，对此再增加我们所介绍的对内涵的分析，于是我们就达到了那种对语言的语义分析，这为所谓蒙塔古语法所研究。（这个名称来源于美国逻辑学家里查德·蒙塔古，他是第一个发展了这类语法的人；参阅蒙塔古(1974)。）

对于熟悉乔姆斯基的著作和其它论生成语法的著作的人来说，很明显的是我们简要叙述了的关于语法和语义关系的观点，与乔姆斯基的观点有某种区别。我们在这里所指出的观点可以简述为主张“语法和语义之间的同构”，而乔姆斯基的观点可以简述为主张“语法的自主”。可是，即使关于语法与语义之间的正确关系有着不同的看法，但对句法和语义两者都需要一个递归原理这一点是完全一致的。

最后，这里需要注意的是，还不清楚将弗莱格原理运用于一个转换语法的框架之内将意味着什么，因为依据这个理论，一个

语句不是只有一个语法结构，而是至少有两个（深层结构和表层结构）。事实上，人们可以认为，引入深层结构的概念的历史原因之一，就在于有一种要求存在一种句法结构的平面的愿望，对这种句法结构可以运用弗莱格原理（福德(Fodor)和卡茨(Katz)(1963)，卡茨和波斯托尔(Postal)(1964)）。可是，在乔姆斯基最近关于转换语法的论述中（所谓扩展的标准理论），弗莱格原理对深层结构的平面来说是明显无效的，因为语义解释也是部分地被其它平面所决定的。①

8.4 弗莱格原理和范畴语法

结果出现一种通常所称为的范畴语法，它提供了一个很好的形式，同时既达到句法和语义的同构，又坚持了弗莱格原理，还使得一种内涵语义学成为可能。范畴语法是由波兰逻辑学家列斯涅夫斯基(Leśniewski)和爱裘凯维茨(Ajdukiewicz)在德国哲学家爱德蒙德·胡塞尔(Edmund Husserl)所提出的某些观点的基础上发展起来的。更近的著作由叶霍舒阿·巴尔—希勒尔(Yehoshua Bar-Hillel)、彼德·吉奇(Peter Geach)和麦克斯·克雷斯韦尔(Max Cresswell)写出。②

基本观点是这样：如果一个人关于语言的交际作某种简单关注的话，那末，他或者可以将它描述为基本上包含两个方面：(1)识别出这个世界中的某个实体；(2)关于这个实体述说些什么。识别某个实体的最典型的方法就是使用名称，而关于某种已经识别出来的东西述说些什么的最典型的方法就是说出一个语句。这就是范畴语法的出发点。只有两个基本范畴："指称的负荷者和真值

---

①、这是如此特殊，因为某些转换看来也影响到真值条件，例如被动态转换。

② 见爱裘凯维茨(1935)，巴尔—希勒尔(1970)，吉奇(1972)和克雷斯韦尔(1973)。

的负荷者”，这就是语法范畴名称（N）和语句（S）。这样，通过选取一个名称，然后实行某种运算，即“关于它述说些什么”，我们就产生了一个语句。描述这种类型的事件的一个正规方式，就是说我们将这个名称用作一个函项的主目，这个函项就产生一个语句以作为它的值。让我们看看在较为具体的语言词项中这包含着什么。什么是从名称‘约翰’产生一个语句的简单方式呢？好吧，一个人可以例如在‘约翰’的右边增添一个‘跑’，这就产生‘约翰跑’。（为了描述所出现的情况，我们引入术语连锁（concatenation）以表示在一个语言表达式的右边或左边按线性次序增添另一些语言表达式的过程。）‘约翰跑’是通过对‘约翰’实行右连锁‘跑’而产生的。我们可以说‘跑’是一个函项的标记，这个函项对一个名称右连锁词项‘跑’而形成一个语句。这样一个标记可以称之为函子。因而，‘跑’就是从名称形成语句的一个函项的函子。事实上，所有不及物动词（IV）都可以看作这种函项的函子。更一般地说，一个函子可以说是相应于一个特殊函项范畴的语言表达式的集合中的一个元素。

这样，通过使用我们的两个基本范畴——名称和语句以作为一个函项的主目和值，我们就可以创造一个新的范畴，即将名称映入语句的函项的范畴。在范畴语法中，这种范畴称之为S/N（由名称造成语句的范畴），粗略地说，这相应于我们旧的范畴“不及物动词”。可是，需要记住的重要的一点是：S，N和IV是语言表达式的范畴，而S/N是一个函项的范畴。用IV表示的表达式是用S/N表示的函项的标记或函子。它们是函项在其上进行运算的词汇材料。

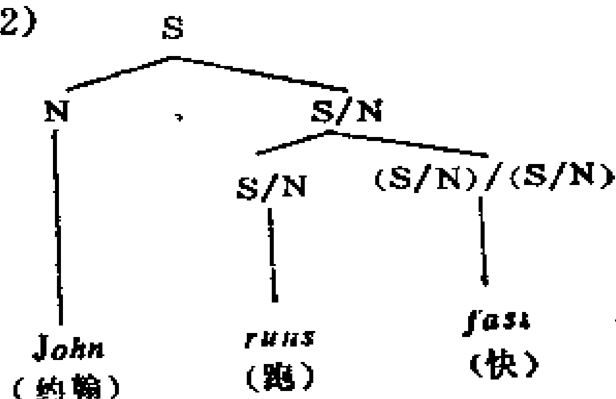
原则上对可以在范畴语法中形成的各个范畴或派生范畴都没有什么限制。其一般的规则是：

（1）如果$C_1 \cdots C_n$是范畴，那末$C_1/C_2 \cdots\cdots C_n$是一个范畴。这意味着形成范畴是一个递归的过程。由于$C_1 \cdots C_n$是关于范畴

的元变项(metavariables),我们可以经常形成一个新的范畴，它将许多不同的范畴映到任一范畴之上。形式是很灵活的。事实上，这考虑到了在语言分析中太多的范畴并不比一个范畴具有更多用处。这样，在范畴分析中一个重要的问题就是准确地选择那样一些范畴，这些范畴在语言上是相关的。让我们研究对于相关范畴的某些候补者。例如我们可以创造相应于IV/IV的范畴(S/N)/(S/N)。这个范畴从S/N产生出S/N。如果我们不考虑S/N和IV间的区别，我们可以说是它使从不及物动词产生不及物动词。这个范畴的函子是什么呢？请看，如果我们将'快'(*fast*)与'跑'(*runs*，它是S/N)加起来，在'快跑'(*runs fast*)中，我们仍然有一个S/N，它是一些如果将它与一个名称相加，就会产生一个语句的东西。所以，'快'(*fast*，在作为一个副词的意义使用)就是范畴(S/N)/(S/N)的一个函子。用树形结构图解法表示，'约翰快跑'(John *runs fast*)将象(2)：

引申出来的范畴其它例子是S/S，S/SS。S/S是由语句产生语句的函项的范畴。'必然地'、'可能地'以及其它模态算子都是这个范畴的函子。考察下面的(3)和(4)：

(2)



(3) It's raining.(正在下雨。)

(4) Necessarily, it's raining.(必然地正在下雨。)

S/SS使两个语句成为一个语句。

如果我们考察的是命题逻辑，那末，语句联结词就可以看作这个范畴的函子；p,q被映射到p&q之上。我们将怎样来描述英语的量词表达式象*someone*(有人)和*everyone*(每一个人)呢？它们将谓词映射到语句之上，即*runs*(跑)通过加上someone(有人)而

产生一个语句，即 *someone runs*（有人跑)。让我们将谓词看作是属于范畴 S/N 的，这种范畴我们已经指派给不及物动词。这种合理性就在于通过将一个名称和一个谓词联结在一起，我们就能产生一个语句。因此，一个量词就应当是属于范畴S/(S/N) 的，即由谓词产生语句的那种东西，(然而，还有其它的方式来构成量词。)

让我们概述一下迄今为止对一个简单的范畴语言给予一个语法所说过的话。所有派生的范畴都是函项的范畴，这一事实的结果就是我们不需要任何单独的形成规则。这些规则隐含在范畴的符号系统中，即如果我们知道‘或者’是属于 S/SS 范畴的，那末我们就不需要一个单独的 S→S 或者 S 这样形式的规则。这个规则隐含在范畴的符号系统中。

然而，形成规则也不是完全隐含着的。在我们上面所举的例子中，那两个 S 的排列的次序关系 (sequential ordering) 并不是决定了的。为了决定象排列的次序关系（左联结和右联结）和屈折变化 (inflection) 这些东西，我们或者必须加上所谓的**拼出规则** (spelling-out-rules)，它们拼出所遗留下来未被范畴符号系统所决定的每一样东西；否则我们将不得不将范畴符号系统本身加以复杂化。J. 兰贝克 (J. Lambek) 在 1961 年和约翰·莱昂斯 (John Lyons) 在 1968 年按后一方法提出了建议。这样莱昂斯使用 $\overset{S}{\underset{N}{\leftarrow}}$ 去指定一个元素使它左联结一个名词而形成一个语句，使用 $\overset{S}{\underset{N}{\rightarrow}}$ 去指定一个元素使它右联结一个名词而形成一个语句。

鉴于我们关心范畴语法原则，仅仅是为了这些原则在这里有助于我们去理解内涵语义学，所以我们感到上面概述过的比较简单的语法已经够用了。

为了完成我们简单的语法，我们只需要列出基本范畴以及那

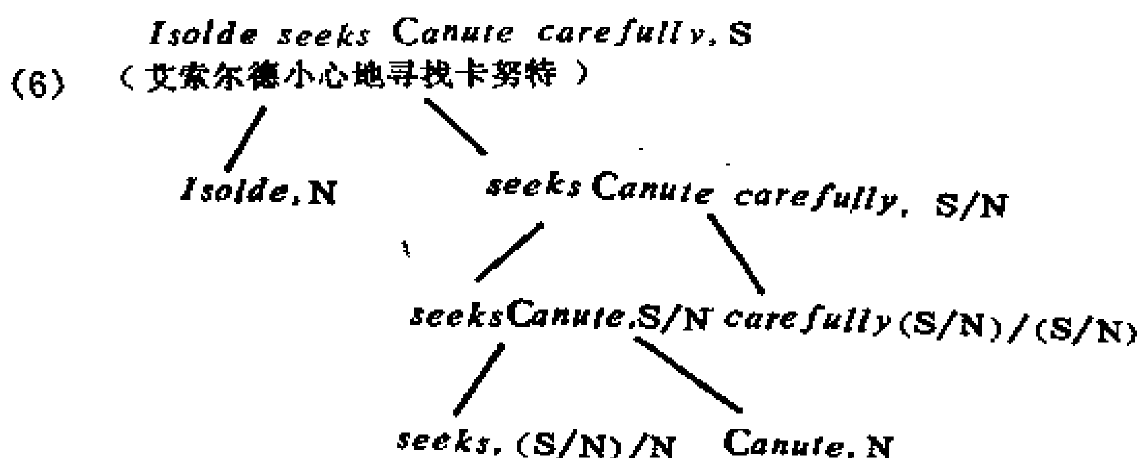
些派生的范畴，这些派生的范畴我们发现它对工作是有用的。最后，我们还得对每一个范畴列出属于那个范畴的词典（函子）表达式。这可以看作提供这种语言的词汇表。一个带有解释的语词在这里或者是需要的。并非每一个在一个范畴中的（函子）表达式都是一个词典表达式；例如，'跑'（*runs*）是一个S/N的词典表达式，但是'快跑'（*runs fast*）虽是S/N，却是一个派生的函子表达式。由于组成一个语句的表达式总是从其它的范畴派生出来的，所以，没有语句的词典表达式。

（5）一个简单的范畴语法学

基本范畴	词典表达式
(i) S	一个也没有
(ii) N	阿瑟，卡努特，特里斯坦，艾索尔德
派生的范畴	
(iii) S/S	必然地，可能地，非
(iv) S/SS	并且，或者，如果…那末，当且仅当
(v) S/N	跑
(vi) (S/N)/(S/N)	快，小心地
(vii) S/(S/N)	有人，每一个人
(viii) (S/N)/N	寻找

每一个函子集合的范畴标记告诉我们把它与什么组合起来，并且由此派生的表达式的范畴是什么。'寻找'（*seeks*）(S/N)/N 跟一个N象'卡努特'组合起来，就形成一个S/N '寻找卡努特'（*seeks Canute*），接着它与一个（S/N）/(S/N）象'小心地'组合起来就形成另一个S/N '小心地寻找卡努特'（*seeks canute carefully*）。然后，这可以跟另一个N象'艾索尔德'组合起来，就产生S'艾索尔德小心地寻找卡努特'（*Isolde seeks Canute carefully*）。(6)是将'艾索尔德小心地寻找卡努特'的派生式以一个更为简明的形式表现出来。这时我们将使用一种树形图解法，通常称之为分析树

形图（analysis tree），在蒙塔古语法中经常使用它。



我们看见每一步怎样包括将一个函项运用于一个主目而产生作为下一个更高步骤的值，例如，我们将范畴（S/N）/N的函项运用于范畴N，而得到S/N。因此，那些隐含于派生范畴之中的形成规则经常被称为函项运用规则（rules of functional application）。

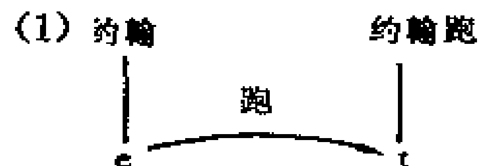
还必须明确的一点是，对除了S和N之外的所有范畴作语法分析的这种观念，已经给予我们实现弗莱格原理的一个非常有效的方式。所有的复合表达式都是通过一步一步地将函项运用于主目，这样就使最后的结果成为它的各个部分的函项而形成的。然而到目前为止我们只是证明，这对于上面所概述的这种语言的语法是正确的。我们的下一步将要证明它对语义学也是正确的。

8.5 范畴、内涵和类型

我们希望我们的语义学是内涵的，以便我们可以从上面所述的与厄勒克特拉悖论相联系的这类麻烦中解脱出来。我们也希望语法与语义是同构的。最后，我们希望弗莱格原理不但适用于语义学而且适用于语法学。让我们来看怎样做到这一点。语法范畴

与语义类型（semantic types）（我们在这里也可以用"范畴"一词，但这样可能造成混淆）具有一对一的对应关系。基本的语义类型相应于语句与名称这两个基本的语法范畴。语句的外延是真值（外延类型t），而名称的外延是实体（外延类型e）。语句的内涵（命题）是从可能世界到真值的函项。这种函项用〈s, t〉来表示，这里s是对相应于一个任意外延类型α的内涵类型的一个标记。它一般地承认如果α是一个外延类型，那末〈s, α〉就是相应于α的内涵。名称的内涵是从可能世界到实体的函项，因此它是内涵类型〈s, e〉的。这种内涵经常称之为**个体概念**（individual concepts）。

正如我们对语法已做的那样，我们现在要建立所有其它的基于名称与语句之上的表达式的所有内涵与外延。任一派生类型的外延将是从一个类型的外延到另一类型的外延的一个函项。如果我们以'跑'为例，它的外延就是从名称的外延到语句的外延的函项。考察一下在图解（1）中所表明的'约翰跑'（*John runs*）的外延是怎样得到的。我们使用从e到t的特征函项（见第一章），以代替假设'跑'的外延是直接从e得到的一个集合，这种特征函项识别出这同一个集合以作为'跑'的外延。通过将'跑'的外延看作一个特征函项，我们可以经过将'跑'这个函项运用于任一名称的外延，而派生出一个语句的外延。



（2） Ext（'跑'）（Ext（'约翰'））= Ext（'约翰跑'）

（2）所说的是：将'跑'（一个函项）的外延运用于'约翰'（一个实体）的外延，我们得到'约翰跑'的外延（一个真值）。

根据我们已经给予的递归地形成派生的语法范畴的规则，现在我们可以给予一个递归地形成派生的外延类型的规则。

（3）如果$C_1 \cdots C_n$是范畴而$E_1 \cdots E_n$是相应于$C_1 \cdots C_n$的适当

的外延，那末，相应于一个范畴 $C_1/C_2\cdots C_n$ 的外延就是从 $E_2\cdots E_n$ 到 E_1 的一个函项。

通过这一递归规则，构成相应于基本语义学类型的基本语法范畴，并且构成相应于派生的语义学类型的派生的语法范畴，我们使得两者都符合语法与语义同构以及弗莱格原理的要求。

然而，规则(3)给予我们的仅仅是外延，由于我们希望使我们的语义学成为内涵的，所以，还有更进一步的工作要做。正如我们在上面已经注意到的，内涵可以看作函项，它对于每一个可能世界都给予我们某个语言表达式的外延。这样，$Ext_{wi}(\alpha) = Int_{\alpha}(wi)$（在世界 i 中的 α 的外延等于相对于世界 i 的 α 的内涵的值）。正如我们在上面已经见到的那样，我们可以通过在一个表达式的外延类型前面加上 s（代表"涵义"(sense)）而指示出一个表达式的内涵类型，这样（跑）的内涵将是⟨s,⟨e,t⟩⟩。这应当解释为一个函项，这个函项从每一个可能世界中识别出"跑"的特征函项。

正如我们对外延所作的那样，我们现在可以提出一个对形成派生的内涵类型的一般递归规则：

(4) 如果 $C_1\cdots C_n$ 是范畴，并且 $E_1\cdots E_n$ 是相应于 $C_1\cdots C_n$ 的外延，那末，相应于 $C_1/C_2\cdots C_n$ 的内涵 s 就是从可能世界到由 $E_2\cdots E_n$ 到 E_1 的函项的一个函项。

如果我们使用这种规则而得到相应于范畴 (S/N)/(S/N) 的内涵，（这种范畴在它的函子中有象'快'这样的副词，）那末，我们就得到一个内涵，这种内涵是一个函项，它是一个从可能世界到函项（这种函项是从相应于 S/N 的外延到其它的相应于 S/N 的外延）的函项。我们可以指出这个内涵具有下述方式：⟨s,⟨⟨e,t⟩,⟨e,t⟩⟩⟩。

然而，我们不得不使事情复杂一点，以便恰当地处理某些直观的情况，正是这种直观促使我们提出内涵和外延之间的区别。按照弗莱格原理，一个复合表达式的外延应当可以从它的各个部

分的外延派生出来。因此，让我们看看这个原理在一个内涵语境中将会出现什么情况，我们将个体看作名称的外延，将个体的集合看作谓词的外延，并将真值看作语句的外延。

(5) Bill is thinking of his future wife.

(比尔正在想象他未来的妻子。)

(6) Bill is kissing his future wife.

(比尔正在吻他未来的妻子。)

(5) 有一种读法，其中'想象'(think of) 可以看作个体之间的一种关系。语句(5)按这种读法是真的，当且仅当比尔和他的未来的妻子在个体的对偶之中可以找到，这些个体的对偶组成'想象'的外延。但是，(5)还有另外一种读法，按这种读法，即使在我们这个世界中，没有真是比尔的未来的妻子的个体(比尔可能在他长到足以结婚的年龄之前死了)，这个语句也可以是真的。比尔仍可能想到他希望作为他未来妻子的那种类型的女人。这种解释完全不可能用于句(6)，在(6)中，如果这个语句是真的话，比尔的未来的妻子必须存在于我们这个世界上。

但是，我们是怎样说明(5)的第二种读法呢？按照弗莱格原理，每一个复合表达式的外延都应当可以从它的各个部分的外延派生出来。但是按这个读法，'比尔的未来的妻子'在我们这个世界并不需要外延。弗莱格原理还可能保存下来吗？我们所采用的解决办法是弗莱格自己提出来的。有些语言表达式(特别是有定名词短语(definite noun-phrases)在某些语境中没有在通常情况下是它们外延的东西作为外延，代替它的是在通常情况下为其内涵的东西作为外延。(5)的第二种读法为我们明确的提供了一个这一类的语境，即所谓的**内涵语境**(intensional context)。语句(6)与此完全不同，它提供的是一个纯粹的**外延语境**(extensional context)。这意味着'想象'既可以提供一个外延语境(在第一种读法中，它指示个体之间的关系)，也可提供一个内涵语境(在第

二种读法中，它指示个体与个体的概念之间的关系)。所以，在(5)的第二种读法中，'比尔的未来的妻子'所指示的是一个个体概念，而不是一个个体。

正如名称与有定名词短语一样，有时语句具有在正常的情况下是它们内涵的东西作为外延，也就是说，一个语句所表达的命题有时可以变成它的外延。这种情况特别会在这样的语境中遇到，那里一个语句被一个模态语句副词象'必然地'(necessarily)或'可能地'(possibly)所修饰。

(7) Necessarily, it's raining. (必然地正在下雨。)

正如我们已经看到的那样，必然地是真的意味着在每一个可能世界中都是真的。所以，'必然地'不是作用于语句(7)的外延(它在我们这个世界的真值)之上，而是作用于它的内涵(它所表达的命题)之上，这个内涵给予语句(7)在每一个可能世界中一个真值。'必然地'在这个真值之上加上一个条件。这样模态语句副词按照与'想象'同一类型的动词相类似的方式创造了内涵语境，在这种语境中，通常情况下作为内涵起作用的东西就变成了外延。

为了简化这些和其它的成果，而同时又吸取弗莱格对我们所讨论的问题的解决办法，蒙塔古(1974年)提出人们应当使所有表达式的外延按下面的方式一般地复杂化起来(下面所说的是对蒙塔古的方案多少简化了的描述)。在所有的语境中，名称和语句分别地具有个体概念和命题作为外延。在语境之外，当它们处于孤立状态时，它们有其通常情况下的外延作为外延。由于所有其余的范畴都通过它们的函项特征而依赖语句和名称，这就意味着所有派生的范畴也必须把它们的外延加以改变。所有派生的函项范畴的表达式，现在都具有一个以这个函项范畴的'主目'的'内涵'所产生的函项作为它们的外延，这个函项范畴的最低的平面就是在语境中的一个名称或语句。这样，范畴S/N的表达式现在具有不是从e到t的函项，而是从类型$\langle s, e\rangle$到t的函项以

作为它们的外延。所以，我们将相应于 S/N 的外延类型写成〈〈s, e〉, t〉，而将内涵类型写成〈s, 〈〈s, e〉, t〉〉。

这样，内涵象前面所述一样按同样方式而获得，只是外延的指派已经改变了。现在函项范畴的外延总是从内涵到外延的函项。在一定意义上我们将整个系统象水压似地提高了一级。我们现在不是从在语境中的 e 和 t 出发，而是从〈s, e〉和〈s, t〉出发。其它方面一切如旧。

但是我们必须对于指派外延给予一个新的规则：

(8) (i) 在孤立状态下，N 相应于〈e〉而S 相应于〈t〉(正如前面所述)。

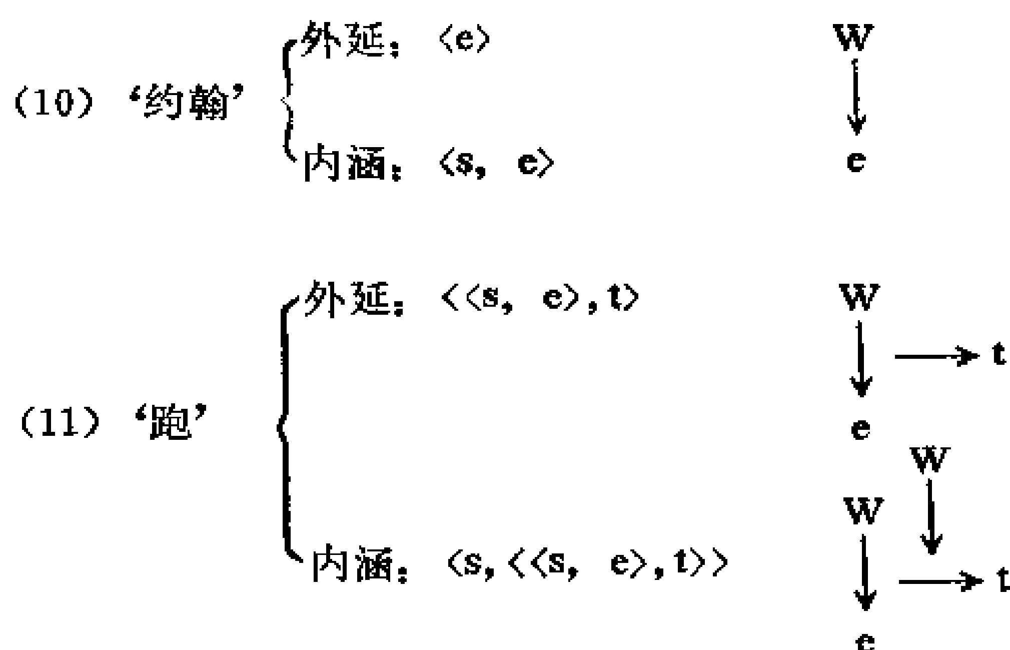
(ii) 如果 $C_1 \cdots C_n$ 是范畴而 $E_1 \cdots E_n$ 是相应于 $C_1 \cdots C_n$ 的外延，那末表示 $C_1/C_2 \cdots C_n$ 的外延是一个从〈s, E_2〉……〈s, E_n〉到 E_1 的函项，这里 s 是相应于一个任意外延 E 的内涵。

这个规则，正如（3）中所给予的那样，将给予我们任意复合体范畴的外延。区别在于我们现在已经使它有可能将原来是内涵的东西看作外延。正如我们的新的外延提高一级一样，我们的新的内涵也要提高一级。表示范畴 S/N 的内涵不再是属于类型〈s, 〈e, t〉〉，而是属于类型〈s, 〈〈s, e〉, t〉。但是并不需要新的关于内涵的规则。给予新的外延，旧的规则仍能起作用。

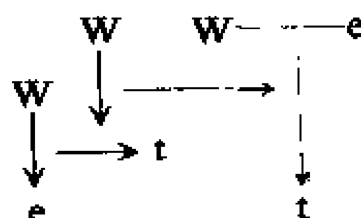
外延的这种新的指派看起来象什么呢？让我们研究一下（9）的一个外延的派生式：

(9) John runs fast.（约翰快跑。）

我们要使用一种具有角括号的类型标记和另一种图解的描述来表示所进行的情况。我们从描述语句中的三个词的外延和相关的内涵的特征开始，这三个词是‘约翰’、‘跑’和‘快’(s = 内涵，w = 可能世界，e = 实体，t = 真值，而箭头表示“从…到…的函项”)。



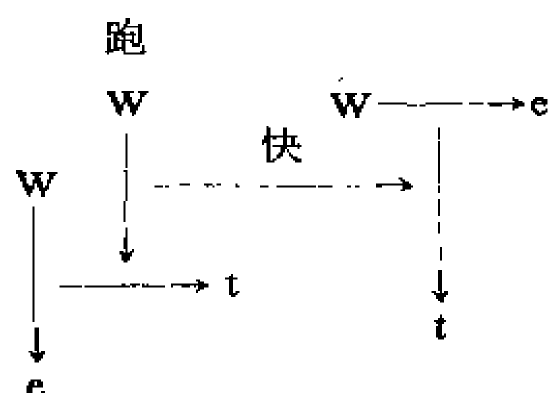
(12) ‘快’　　外延：⟨⟨s, ⟨⟨s, e⟩, t⟩⟩, ⟨⟨s, e⟩, t⟩⟩



如果记得‘快’的语法范畴是 (S/N)/(S/N)，那末，就会变得比较容易地去分析它的类型表达式。

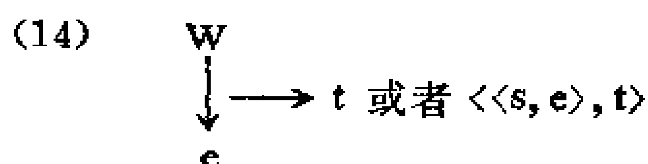
让我们现在看看简单表达式的解释是怎样组合起来而产生复合表达式的解释的。首先，‘快’的内涵⟨s, ⟨⟨s, ⟨⟨s, e⟩, t⟩⟩, ⟨⟨s, e⟩, t⟩⟩⟩给予我们它在我们这个世界的外延⟨⟨s, ⟨⟨s, e⟩⟩, t⟩⟩⟨⟨s, e⟩, t⟩⟩，这是我们在（12）中描述过的函项。然后这个函项就按照（13）而运用于‘跑’的内涵。要记住这个派生的类型的主目总是内涵。这就给予我们‘快跑’的外延，它正如简单的‘跑’的外延一样，是属于类型⟨⟨s, e⟩, t⟩的。见（13）：

(13)



现在我们有了在我们这个世界的对于'快跑'的外延：

(14)



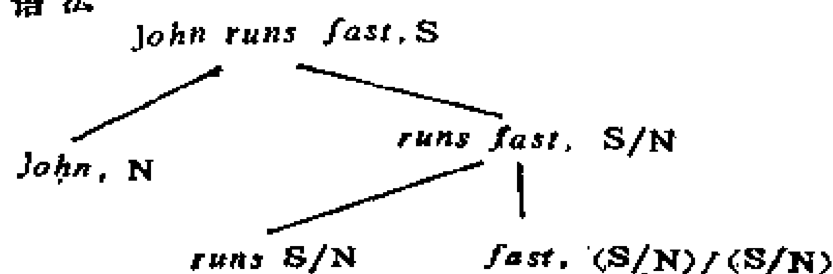
我们将'快跑'的外延运用于'约翰'的外延，它给予我们类型t(15)'约翰快跑'的外延，换句话说就是一个真值：

(15) '约翰快跑'

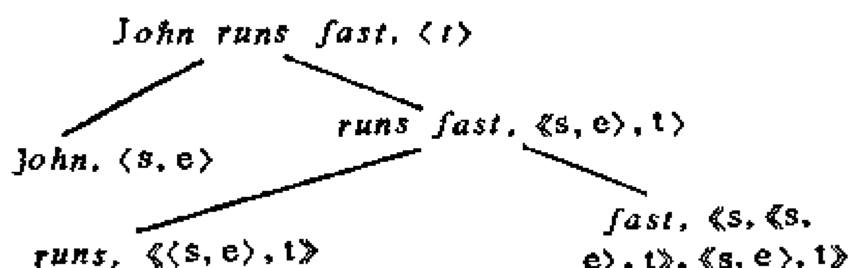
t

现在我们比较一下(9)的语法派生式和在(16)中的它的语义派生式，为的说明语法与语义的同构。

(16)



(b) 语义



我们可以清楚地看到语法结构与语义结构的平行性。

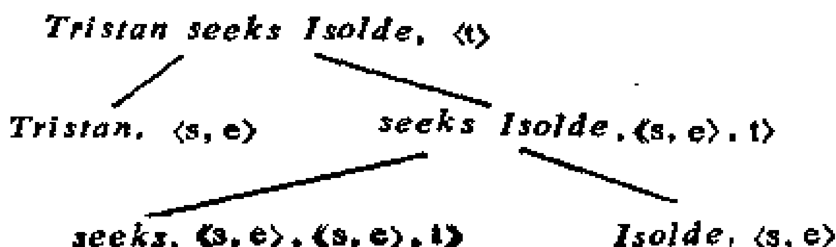
有人可能想知道是否所有这些复杂的形式都确有必要。一个纯粹外延的语义学难道还不够充分吗？正如我们所见的那样，总有这样的情况使得这是困难的。这种情况之一就是我们在开始时讨论过的——即厄勒克特拉悖论。厄勒克特拉知道关于奥列斯特这个个体概念的某些事，这种个体概念属于类型⟨s, e⟩，而不是关于他的外延的，这种外延属于类型⟨e⟩。这样，将'知道'(know about) 看作正如实体的有序偶的集合那样（这种实体具有将它们映射于真值之上的特征函项），那是不够的。倒不如将它看作有序偶的集合，每一对包含一个实体和一个个体概念，也就是说每一对包含一个外延和一个内涵。

我们将考察两个例子，它们将揭示出一个纯外延处理和一个象现在这样的允许将内涵看作外延的处理。

(17) Tristan seeks Isolde.（特里斯坦寻找艾索尔德。）

在(17)中，为了使特里斯坦去寻找艾索尔德，艾索尔德并不必须存在。因此，'寻找'可以不被看作在一个世界中的个体之间的一种关系。它是一种个体与个体概念之间的内涵关系。特里斯坦是通过'艾索尔德'这个个体概念而寻找一个世界，在这个世界中'艾索尔德'具有外延。对（17）的树形语义学分析是由（18）给予的：

(18)



将属于类型⟨⟨s, e⟩, ⟨⟨s, e⟩, t⟩⟩的'寻找'的外延，运用于属于类型⟨s, e⟩的'艾索尔德'的内涵，产生属于类型⟨⟨s, e⟩, t⟩的'寻找艾索尔德'的外延。然后，将'寻找艾索尔德'的外延运用于'特里斯坦'⟨s, e⟩，产生属于类型⟨t⟩的'特里斯坦寻找艾索尔德'的外延。

使用我们已经介绍过的处理内涵语境的这种语义学，语句（19）必须象（17）那样来处理：

（19）Tristan kisses Isolde.（特里斯坦吻艾索尔德。）

这是错误的，因为'吻'是两个存在个体之间的一种外延关系，而我们已经看到'寻找'和'想象'并不必须是这种关系。为了保持内涵谓词和外延谓词之间的这种区别，一般引入允许将所有的外延谓词化归为全部外延的特征函项的规则。这样，'吻'可以从类型⟨⟨s, e⟩, t⟩化归为类型⟨e, t⟩，而'寻找'就不行。这样的规则是一般称之为意义公设（meaning postulates）的实例。一般来说，一个意义公设是一条规则或一个陈述，它们以一定的方式规定着一种语言中的词项的解释，这种解释经常具有这种语言中某些表达式之间的假设的等值关系或后承的关系的形式。

现在让我们总结一下我们已经叙述过的关于范畴、外延类型和内涵类型的某些要点。我们将通过扩大上面提供的具有语义学知识的一部分简单范畴语法来做到这一点。这样，（20）提供了语义语法（semantic grammar）的一个片断，在那里，语法范畴与

语义类型之间的对应性清楚地显示出来。

(20) 一个非常简单的内涵语法

基本范畴	基本内涵类型	基本外延类型	举例
S	〈s, t〉	〈t〉	
N	〈s, e〉	〈e〉	约翰、比尔、特里斯坦、艾索尔德
派生的范畴	派生的内涵类型	派生的外延类型	
S/S	〈s,〈〈s,t〉,t〉〉	〈〈s,t〉,t〉	必然地，可能地
S/N	〈s,〈〈s,e〉,t〉〉	〈〈s,e〉,t〉	跑
(S/N)/(S/N)	〈s,〈〈s,〈〈s,e〉,t〉〉,〈〈s,e〉,t〉〉〉	〈〈s,〈〈s,e〉,t〉〉,〈〈s,e〉,t〉〉	快，小心地
S/(S/N)	〈s,〈〈s,〈〈s,e〉,t〉〉,t〉〉	〈〈s,〈〈s,e〉,t〉〉,t〉	有人，每一个人
(S/N)/N	〈s,〈〈s,e〉,〈〈s,e〉,t〉〉〉	〈〈s,e〉,〈〈s,e〉,t〉〉	寻找，吻

在这种语法中的外延是我们已经给定的内涵的外延的值。它们是通过消除每个内涵的第一个s而获得的。我们还可以给予“纯粹的”外延并且得到一个语义学，这种语义学跟我们在上面提供给谓词逻辑的语义学非常相似。这样一种语义学可以简化，但是它不能处理促使引入内涵的这种类型的例子。(21) 给予(20)的一个“纯粹”外延的描述：

(21)

范畴	类型	普通的名称
S	〈t〉	语句
N	〈e〉	名称

S/S	〈t, t〉	一元语句副词
S/N	〈e, t〉	一元谓词
(S/N)/(S/N)	〈〈e, t〉, 〈e, t〉〉	副词
S/(S/N)	〈〈e, t〉, t〉	量词
(S/N)/N	〈e, 〈e, t〉	及物动词

这个表除了范畴 (S/N)/N(及物动词) 以外，或多或少相应于我们在谓词逻辑的语义学中所使用过的语义学类型。因此，通过引入内涵而取得更大的一般性的代价就在于极大地增加了复杂性。对处理及物动词的区别在于与谓词逻辑看待及物动词即二元谓词（作为由两个词项组成而形成一个语句的表达式，其范畴标记是S/NN）不同，我们在这里是把它们看作函子，这种函子与一个名称在一起就形成一个一元谓词。这样，一个及物语句是经由两个步骤而建成：第一步是我们从'寻找'和'艾索尔德'而得到'寻找艾索尔德'，只有在这以后，才能得到'特里斯坦寻找艾索尔德'。这必须依靠运用函项一步一步地建立意义和语法才能实现。

迄今为止，我们没有给予任何真值条件。然而这很容易做到。人们可以按照下述方式进行。'约翰跑'是真的，当且仅当个体概念'约翰'在我们的世界中所识别出来的外延，是'跑'的内涵在我们的世界中识别出来的外延的一个元素，这样真实性总是相对于一个世界而被规定。而主要有关的还是我们自己的世界。由于这一章只打算就内涵语义学和范畴语法的某些观念作一个非形式的概括，这样我们在这里就不提一个具有真值条件的形式语义学。①

最后，我们应该提到，我们这种处理在某些方面跟蒙塔古语法的通常方法有所不同。区别之一就在于对名词短语的处理。另一个

① 对于在这方面有兴趣的读者，可参阅书目提要中的蒙塔古、托马森和帕蒂(Partee)的著作。

区别就在于方法，在这种方法中，语义的解释是被指派给语句的。一般用来代替在自然语言中对语句直接用公式表示一个语义学的，是一种具有三个步骤的间接的方法。这是由于自然语言的歧义和模糊性，以及由于语义解释的直接指派而迅速导致的难以应付的复杂性所引起来的。这种间接的方法如下所述。首先，将自然语言改编成一种所谓的无歧义的语言(参阅197页)。这里每个语句都是无歧义的(虽然并不必然减少模糊性)。然后再将这种无歧义的语言翻译成内涵逻辑的表达式，而只有到了这一阶段，一个语义学才被最后给定了。

对于安排这种程序的理由在于，在内涵逻辑中，我们可以创造一种自然语言的模型，所以这么说，在这里一切都在我们的控制之下。然后我们可以将自然语言的现实复杂性的团块慢慢地组合得越来越大。在这一方面，这种自然语言的复杂性与其说是由语义解释的规则来消除(这可以相对简单地做到)，不如说是由翻译规则来消除。

这种程序已经取得了成果，那就在于它使得有可能以一个相对简单的方式说明，所谓转换语法的深层结构可以被看作一种无歧义语言，这种无歧义语言可以翻译成内涵逻辑，并且给予一个我们在这里已经讨论过的类型的语义学。参阅库珀(Cooper)和帕尔森斯(Parsons)(1976)。这样，将今天最引人注目的两种理论——蒙塔古语法和转换语法——统一起来的道路已经展现出来。

练　　习

1．除了课文中提供的例子外，请找出两个内涵动词和两个外延动词。

2．用范畴语法对下述语句给予一个句法分析的树形图：

(a) 比尔跑并且玛丽唱。(Bill runs and Mary sings)

(b) 比尔在星期六跑。(Bill runs on Saturdays)

(c) 比尔热烈地吻过玛丽。(Bill kissed Mary hotly)

3. 用内涵语义学对下述语句给予语义分析的树形图，并且指出其动词是不是允许化归为纯粹的外延：

(a) 比尔寻找玛丽。(Bill looks for Mary)

(b) 比尔吃鱼。(Bill eats the fish)

(c) 比尔吃鱼吃得快。(Bill eats the fish quickly)

(将'寻找'(look for)和'鱼'(the fish)看作单独词项)

第九章

进一步的扩展

9.1 二阶谓词逻辑和谓词算子

考察下述语句：

(1) John has an unusual property. (约翰有一笔不寻常的财产。)

使象(1)这样的语句形式化的一种方式是由扩展了的谓词逻辑，即所谓二阶谓词逻辑 (second-order predicate logic) 所提供的 (一般的谓词逻辑是一阶的 (first-order))。在二阶逻辑中，可以使一个量词不仅约束个体变项，还约束谓词变项。还可以使一个谓词变项成为另一个谓词的一个主目。这样，下述给(1)提供意义的公式是允许的：

(2) $\exists \phi (\phi (\alpha) \& F (\phi))$

这里 α = 'John'　　而 F = 'unusual'

二阶逻辑没有象一阶逻辑那样得到充分的研究。很多教科书完全不谈二阶逻辑。我们在这里提到它是因为它有时被认为对描述自然语言中的各种范畴的语义学是有用的。例如，逻辑学家汉斯·赖辛巴赫就提出过，象在语句 *John drives slowly* (约翰慢慢地驾驶)中的 *slowly* (慢慢地)这样的副词应该看作二阶谓词 (赖辛巴赫(1966))。另一种建议认为并不需要这样一种对一般谓词逻辑这样的根本扩展，它是将副词看作算子，这种算子从谓词形成谓词。如果 *D* 是一个具有"驾驶"这个意义的谓词，那末，就可能有一个算子 *S*，借助于它，我们就形成一个新的谓词 S (D) "慢慢地驾驶"。

在二阶谓词逻辑中，也可以允许将语句充作谓词的主目。这

就意味着属性是命题的谓词，它提供一种可能性以使例如包含'that 从句'的语句形式化。例如，象（3）这样的一个语句：

(3) It is unbelievable that John will come.

（约翰会来，那是不可信的。）

当说这样的命题"约翰会来"，它具有不可信的属性时，它是可以被理解的。

9.2 预设和有定摹状词

一般都假定逻辑中的所有语句或者是真的，或者是假的。当构造一个纯逻辑的系统时，这是一个实用的假设。但是这对于充分分析自然语言来说是否有意义来说，还是值得怀疑的。让我们看问题产生在哪里。按照前面对命题逻辑所给予的语义解释，$\sim p$ 是真的当且仅当 p 不是真的，换句话说，只有在一个语句是假的时候，这个语句的否定才是真的。但是，现在考察下面这个传统的笑话：

(1) 你已经停止殴打你的妻子了吗？其可能的回答是：

(2) 是的，我已停止殴打我的妻子。

(3) 不，我没有停止殴打我的妻子。

(3) 看来是(2) 的否定。如果(2) 不是真的，那末，(3) 应该是真的。但是一个从来没有打过妻子的人就不能回答(2)，也不能回答(3)。因为两个回答都得承认他打过他的妻子。这样我们可以说，在这种情况下，(2) 和(3) 都是既不真也不假的，也就是说它们根本不具有真值。由此推出，要使(2) 和(3) 具有真值就得有一个条件，即说话的人必须在某个时候曾经打过他的妻子。这个条件就叫做（逻辑的）预设（Logical presupposition）。① 从

① 对于与预设的概念相联系的各种问题的解释，参阅费尔摩（Filimore）和兰根登(Langendocn)（編辑）(1971)（特别是加纳（Garner）和刻侬南(Keenan)的论文)，裴多飞（Petöfi）和弗兰克(Franck)（编辑）(1973) 和D. 库珀(Cooper) (1974)。

历史上说，这个观念可以溯源到德国数学家戈特罗布·弗莱格。在古典逻辑中，预设不起任何作用，因为所有的语句都被假定具有真值。但是十分可能建立这样的逻辑，它允许语句不具有真值（或者允许比二值还要多的真值），这里，预设是一个重要的逻辑关系。

我们在前面（3.4 节）已注意到，命题可以看作是从所有可能世界的集合到真值“真”和“假”的函项。在带有预设的逻辑中，人们可以将这些函项看作仅仅对于一组限定了的世界（即在那里，命题的预设得到满足的世界），才被定义（具有真值）。这个世界的集合就成为命题的域（domain）。

除了“真”和“假”之外，还有一个选择肢，那就是所引进的第三个值——“零”。一个未满足预设的语句就具有真值“零”。对预设作这样的分析时，预设就是一个使某一语句具有真值的条件。如果我们用非预设逻辑的同样的方法来解释否定（这种方法是说一个真语句的否定总是假的，一个假语句的否定总是真的），它就推出一个语句和它的否定总是具有相同的预设。这的确可以作为对预设的一个检验：如果一个语句 p 和它的否定 $\sim p$ 二者，只有在 q 真时它们才是真的，那末 p 预设 q。

我们可以将自然语言中的预设区分为三种主要类型，即存在预设、事实预设和种类预设（还有其它类型）。存在预设的例子如下：

法弗尼尔的汽车是红色的。

预设：法弗尼尔有一部汽车。

牛津大学是很有名的。

预设：有一所大学叫牛津大学。*

* 译者注：这句话是译者改的。原文是："预设：在牛津有一所大学。"但是这个预设不够准确，因为如果“牛津”不是地名，这个预设就不能成立。如：复旦大学很有名。但是不能由此预设：在复旦有一所大学。

记述某个个体具有某种性质的语句，一般都预设所讨论的对象的存在。从而存在预设在自然语言的交谈中是十分常见的。

事实的预设举例如下：

艾萨莱德对卡努特的聪明感到懊恼。(Ethelred regrets that Canute is clever.)

预设：卡努特是聪明的。

奇怪的是地球竟是圆的。(It is strange that the earth is round.)

预设：地球是圆的。

事实预设出现在这样的语句中，这些语句带有表达包含事实的性质或关系的谓词，这些谓词如"遗憾的是"、"奇怪的是"、"吃惊的是"。

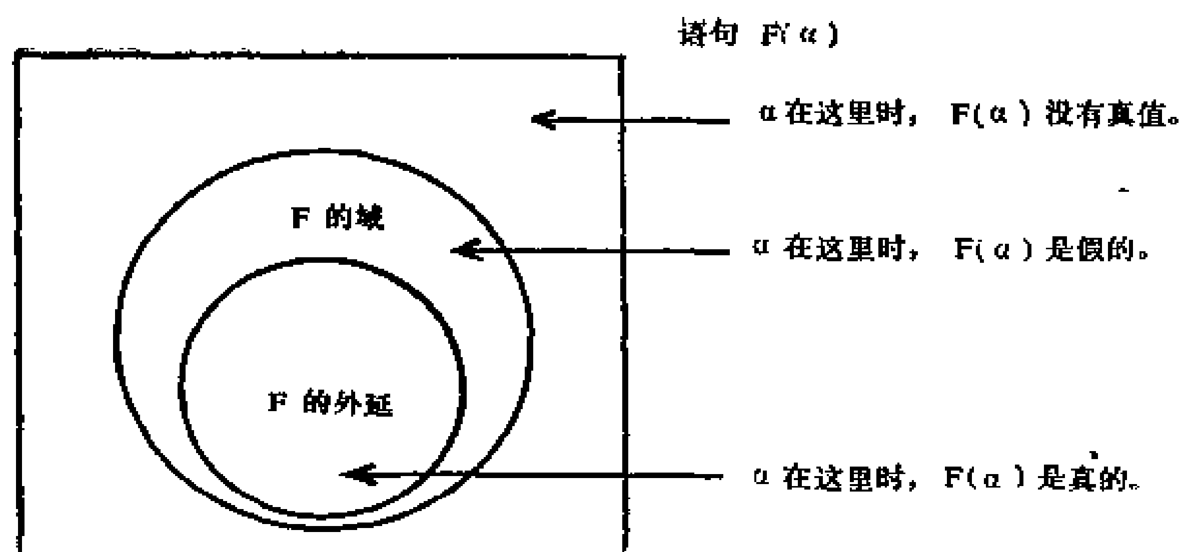
作为第三种类型的预设，即种类预设的例子，可考虑下述语句：

(4) 法弗里尔是聪明的。

(5) 埃菲尔塔 (The Eiffel tower) 是聪明的。

(5) 是真还是假呢？我们可以说它是既不真也不假的。因为使用谓词"是聪明的"，就要预设它的主词是某种具有心灵的东西。在我们的逻辑中，我们还通过引进关于谓词的域这个概念（前面我们谈到过函项和命题的域），来描述这种情况。直观上说，一个谓词的域就是对断定这个谓词具有意义的所有个体的集合。这样，"是聪明的"域应该是某种可以思想（或具有心灵）的所有对象的集合（将"是聪明的"域和"是聪明的"外延区别开来，这一点很重要。我们从谓词的逻辑语义学知道，后者是所有事实上是聪明的对象的集合）。这样，这个原理就是：一个语句 $F(a)$ 预设 a 是在 F 的域之内。通过对预设的不适当而导至无真值的语句的分析，从而我们得到如表 (6) 所说的三种情况：

这样，我们可以把某个谓词的主词存在这个条件看作对谓词



的域的一个限制。我们还要注意，有些谓词不预设存在（至少在物质意义上不预设存在）。（如(7)）：

(7) Superman is popular （超人是尽人皆知的。）

可是，这样的问题要在这里处理得令人满意，是太复杂了。

在第 87 页上，我们对正规的（非预设的）谓词逻辑中的原子语句的真值条件提供了规则。这些规则我们使用于具有无真值的语句的逻辑中并没有多大不同。重要之点在于我们用三种情况以代替两种情况。我们可以表述如下（对具有一元谓词的语句）：

(8) 一个具有形式 P (t)、作任意解释的语句：

是真的 当且仅当这个被指派给个体词项的对象，是在这个谓词的外延之内。

是假的 当且仅当这个被指派给个体词项的对象，是在这个谓词的域之内，但不在外延之内。

不然就不具有真值 当且仅当这个被指派给个体词项的对象，不在这个谓词的域之内。

有定摹状词（definite description）的概念跟预设问题紧密联系着。一个有定摹状词是一个表达式，它通过描述一个个体对

象作为“具有如此这般一种属性的对象”的方式而将一个确定的个体对象识别出来。在一般谓词逻辑的语言中，没有有定摹状词，但它可以通过引入一个称之为艾欧塔算子(iota-operator, ι 是希腊字母艾欧塔）而予扩充。使用这个算子，我们可以将例如“这个 x 是这样的，它具有属性 F”（‘the x which is such that it has the property F’）写成 $\iota x(F(x))$。这样，这个表达式就作为一个个体常项（跟 a, b, c 一样）使用，并且它可以例如在 $G(\iota x(F(x)))$ 中充作谓词的一个主目，这个公式读作“这个具有属性 F 的 x，具有属性 G”（‘the x which has the property F has the property G’），或者用更短的形式：“这个 F 是 G”（‘the F is G’）。艾欧塔算子看起来有点象一个量词，但是了解到它们的区别是很重要的。一个量词是放在一个开语句之前而使它成为一个语句，但是，艾欧塔算子却是使一个开语句成为一个词项（一个个体常项）。(关于第三类算子，看下面关于抽象算子的讨论。)

使用一个象 $\iota x(F(x))$ 这样的表达式具有某些条件，那就是必须有一个 x 它具有属性 F，并且不能有多于一个 x 具有这种属性。什么是这些条件的本性？它们是不是真值条件？由英国哲学家 P.F.斯特劳森提出的另一种解释是说，当它们没有得到满足时，这个语句（或命题）就是既不真也不假的，这与上面所简述的对预设的真值处理的方法相一致。然而，也有另外一种观点，那是由罗素所阐述的，它有利于严格的二值逻辑（在这种逻辑中所有的语句或者是真的或者是假的）。按照这种理论，一个包含有定摹状词的语句，可以看作是对一个更复杂的不具有有定摹状词的缩写。

按照罗素的观点，表达式 $G(\iota x(F(x)))$ 与下面公式是等值的：

(9) $\exists x(F(x) \& G(x) \& \sim \exists y(F(y) \& (x \neq y)))$

或者换句话说：

(10) 有一个并且只有一个 x，它是 F 并且这个 x 也是 G。

罗素的古典例子："法国国王是秃顶的"（The King of France is bald）就被解释为：

（11）有一个并且只有一个法国国王，并且他是秃顶的。

我们可以看到如果没有法国国王，或者如果有多于一个的法国国王，那末，(11)就是假的。

9.3 预设的语用分析

除了使用真值以说明什么是预设、以及当预设不真时会出现什么样的错误以外，另一种方法是由所谓预设的语用（pragmatic）分析所提供的。这种方法认为在真值以外，还必须在语言意义的分析中引入一个恰当性（felicity）概念。正如真值使语句跟环境（situation）（在这些环境中这些语句是真的）发生联系一样，恰当性使语句跟语境（context）（或环境）发生联系，在这些语境（或环境）中，这些语句是适当的（appropriate）或恰当的（felicitous）。一个语句的恰当性条件（felicity-condition）是那样一些条件，它们必须通过一个语境而相遇，为的是使一个语句在那个语境中成为恰当的。有两种方式来解释恰当性和真实性之间的关系。或者人们可以将真实性看作是恰当性的一种类型，或者人们可以比较狭义地将真实性与恰当性看作两个独立的方面。如果真实性和恰当性被看作两个各自独立的方面，那末，在一言语环境中看来就有一定的因子，它们看来会影响恰当性，但它们不会影响真实性。

例如，如果在某个国家，例如法国，那里有第二人称代词的正规的和非正规的区别（vous 您和 tu 你）。某人在邀请了他不认识的某个老人之后说：'Tu es invite'"你被邀请"，这是不适当的但是真的。同样，还有其它一些情况，在那里一个语句可以既是不恰当的也是假的，或者反过来说既是恰当的也是真的，或者

是恰当的却是假的。①

某些最为重要的恰当性条件是通过类型的交际准则(communicative norms of the type)而制订出来，这些准则我们在上面讨论析取词时已经提到了。②重要的准则是：能力准则(the norm of competence)和相关(或意图)准则(the norm of relevance or point)。能力准则陈述的是：说话者必须是诚实的并且对他所说的要有一定根据。就命题来说，这意味着他必须相信他所陈述的是真的，并且他必须具有一定的证据来支持它。相似的含义也适用于其它类型的话语。

相关(或意图)准则是说每一个语言表述都应该有一定意图，即相关于一定的即将实现的意图。对于命题来说，这个意图一般是传递新的信息。

(1) Mr. Jones is sober today.(琼斯先生今天是清醒的。)

如果我们研究一下(1)，我们就看到我们是如此习惯于假定一个背景，有了这个背景，新的信息才得以传递，在这里背景就是琼斯经常喝醉。如果琼斯经常都是清醒的，我们就会感到这句话虽然全是真的，但它没有意图，也就是说不恰当，并且会令人发怒。

让我们现在再次回到对有定摹状词的分析。有定摹状词的语用分析具有下述某些外部特征。首先我们要努力确定使用有定摹状词的意图一般是什么。在大多数情况下，使用它是为了指称(to refer)，而进行指称也是为了陈述关于我们所指称的某些东西。依据关于人们交际的其它事实(进行这种交际必须具有人类传递与接受信息的能力)，我们知道，如果新的信息可以建基于旧的信息之上，这种交际就得以最有效地完成。一个命题的指称

---

① 对于恰当性概念的解释，参阅奥斯汀(Austin)(1962)。

② 参阅格莱斯(Grice)(1975)。

部分提供这样一个基础或背景，依据它新的信息才能被断定。这样，重要的一点是：所指称的东西对说话者与听话者是共同的基础，也就是说他们双方（或者至少是说话者）可以辨别或者识别正被指称的东西。当我们说到能力准则要求说话者对他所断定的东西有某些根据或者证据时，这正好就是我们的意思所要说明的东西之一。所以当一个说话者在陈述某件事物而使用一个有定摹状词以指示他正在说及的东西时，他必须能够识别出他正在指称的东西。为了他在这样一种识别中能取得成功，一般自然要遵循这么一点，即他们指称的对象或现象存在。换句话说，凡被指称的东西必须是存在的。

语用分析以相类似的方式去试图分析其它类型的预设，象事实类型或种类类型的预设。然后在这样分析的基础上，它要求预设是这样的因子（factors）之一，这些因子与其说是决定一个语句是否必须具有一个真值，不如说是决定一个语句的恰当性。这样，在法弗尼尔没有汽车的情况下，

(2) 法弗尼尔的汽车是红色的，

就要看作是不恰当的和虚假的。说它是虚假的，是因为我们的世界不是(2)可以在其中为真的世界。“非真”由此可以继续看作是“假”的同义词。这自然使得语用分析与罗素的分析有相似之处，这就在于二值逻辑被保留，而与他的分析不同之处就在于这件工作的完成或者借助于一个第三真值，或者，在我们第一个分析中的一个真值间隙（truthvalue gap），现在是在对语言交际进行更广泛的分析的基础上借助于恰当性条件而完成。

最后应当说到，究竟是预设的恰当性分析最好，还是真值分析好的问题，还远未得到解决，并且还有很多这样的情况，在这种情况下，人们将一定的条件应当看作真值条件还是看作狭义的恰当性条件，这是很不清楚的。甚至这两种选择性是不是互相排斥也是不清楚的。然而，通过展示对预设的分析的两种选择性

（还有其它的，这里没有提及），我们有必要指出在对语言意义的形式分析中有的选择是有效的。

9.4 抽象算子或莱姆答算子

在讨论集合论的一章中，我们提到了通过摹状词来给集合下定义的标记，$\{x \mid \cdots\}$，读作："所有 x 的集合是这样的…"。

还有另外一种方式去书写这样的公式，那就是使用所谓的抽象（abstraction）算子或莱姆答（lambda）算子。例如，为了表示"所有 x 的集合是这样的：$F(x)$"，我们可以写成 $(\lambda x)(F(x))$（λ 是希腊字母莱姆答）。[①] 如果我们喜欢，我们可以将这个算子看作对艾欧塔算子的一个替换式，但是它并不需要后者的预设（存在的预设和唯一性的预设），并且它是指称一个类而不是一个个体。如果说艾欧塔算子相当于单数的定冠词，那末，莱姆答算子可以说相当于复数的定冠词。（如果这被看作是一种语言学理论，那末，它是多少有点反直观的，因为它假定单数定冠词与复数定冠词是根本不同的东西。）

或者有另一种解释莱姆答算子的方式。我们可以认为莱姆答表达式是表示一种属性，例如，在上面所提到的情况下，"是 F 的属性"。这样，它就可以或者用作二阶逻辑中的一个词项，达个词项指称一种属性，或者在一阶逻辑中作为一个派生的表达式，这个表这式可以用来与一个个体词项一起以形成一个语句。我们可以写作如：

---

① 莱姆答算子是由逻辑学家阿朗卓，车尔奇（Alonzo Church）在他的所谓莱姆答演算中提出来的，并且在计算机语言的发展中起了非常重要的作用。在车尔奇的系统中，莱姆答算子是用以表示从对象（它可以是由算子所约束的变项的值）到命题的函项，这些命题由如果人们将这些变项的指称固定到这些对象上去而得到的语句来表达。

(1) $((\lambda x)(F(x)))(a)$

以意谓"a具有是F的属性"。这自然是与$F(a)$等值。总的说来，在谓词位置上带有莱姆答算子的表达式可以化归为不带莱姆答算子的表达式，所以，并不出现一定要使用它们的任何表面(prima facie)理由。可是，至少在一个领域中它们是有用的，那就是在模态逻辑的领域中。

在7.4节中，我们讨论了各种歧义，它们可以在模态逻辑中依靠辖域的差异性而加以描述。那时我们提到，当这种歧义包含有定摹状词时，这个问题是稍微有点复杂的。现在我们已经介绍了形式的手段，这种形式的手段对于将这种情况形式化是必要的。我们提供的例子是这样的：

(2) John believes that the man robbed him was red-haired. (约翰相信，那个抢劫了他的人是红头发的。)

让我们首先考察简单句(3)：

(3) 那个抢劫了他的人是红头发的。

我们将"x抢劫y"表述为$R(x, y)$，将"x是红头发的"表达为$H(x)$。借助于9.3节中所讨论的艾欧塔算子，我们得到如下的公式：

(4) $H(\iota x(R(x, j)))$

现在将(2)形式化如下：

(5) $Bj(H(\iota x(R(x, j))))$

然而，为了能够表达(2)的*de re*读法，我们需要形式化，那里摹状词$\iota x(R(x, j))$出现在算子Bj的辖域之外。这里，莱姆答算于可以帮助我们。我们需要的是某些能够释义为(6)的东西。

(6) The man who robbed John is such (or has the property) that John believes he is red-haired. (那个抢劫约翰的人是这样的(或具有这样的属性)，即约翰相信他是红

头发的。

这样我们需要一个具有下述意义的谓词，即："是这样的一个 x，约翰相信他是红头发的"。这可以写成 $(\lambda x)\ (Bj\ (H\ (x)))$。现在我们可以将抢劫约翰的人谓词化为(7)：

(7) $((\lambda x)\ (Bj\ (H\ (x))))(\iota y\ (R\ (y,\ j)))$ (我们用 y 代替 x 作为在艾欧塔表达式中的一个变项，为的是更清楚地表明它不被莱姆答算子所约束。)

这个看起来使人多少有些望而生畏的公式，现在表达(2)的 *de re* 的读法。*de dicto* 读法由比较简单的公式(5)表达出来。

第十章

有适用于语言学家的逻辑学吗？

10.1　概说

在这最后一章里，我们准备讨论逻辑和语言之间的关系，以及逻辑能够对自然语言的研究提供有用启示的范围。不用说这些问题比前面各章讨论过的问题是更加复杂。

假设我们想知道就意义和自然语言的意义和语义结构来讲，逻辑能告诉我们些什么。下面就是一些因此而引起的问题：

(1) 在逻辑学里我们会找到什么样的“意义”的概念？为了语言学的目的，这个概念有用吗？

(2) 当我们试图描写自然语言中表达式的意义的时候，在什么方式下可能用到逻辑的形式语言？

(3) 用作自然语言语义学的模型，逻辑的语言是否已经足够丰富了？如果回答是否定的，有什么补救这种缺陷的方法吗？

读者可能并不立刻清楚为什么要提出这些问题，但是关于逻辑与语言关系的理解事实上在于了解为什么要提出这些问题。

10.2　意义的概念

让我们从第一个问题开始。我们必须区分下面两个语义学的根本问题：

(a) 一般地讲意义是什么？

(b) 什么是一种语言中的特殊表达式的意义？

所有这两个问题都是极难回答的。这里的一个主要原因是，跟别的学科不同，语义学不是直接描写世界上的东西，而是描写通常用来描写世界上的东西的那种工具。问题在于我们必须或者用这些工具来描写它们自己——即在描写日常语言的时候使用日常语言，或者找到某些完全新的工具——即创制某种用作元语言（metalanguage）的新语言。但是另一方面，当解释我们创制的语言的时候，我们又必须把使用日常语言作为我们的起点。

意义的模糊性的另一个原因是，语言表达式的意义是一种具有抽象的和不可捉摸的性质的实体。这个事实自然使证实或否证语义假设十分困难，而这种语义假设使得人们——特别是在形式逻辑里——试图完全避开意义，或者重新解释意义的概念，以便尽可能避免任何理论创建中的（这类）假设。事实上，当现代形式逻辑体系开始兴起的时候，它的很多研究者认为这些体系是纯粹的语法研究。逻辑推断被看作形式语言中表达式之间的一种关系，并且认为允许人们从某种东西推出另外东西的演绎规则独立于表达式的解释之外而只考虑这些表达式的形式。

晚些时候，逻辑的或模型理论的（model-theoretical）语义学发展起来。模型理论语义学试图用集合和函项这类纯集合论的概念去解释意义。现在我们略为仔细地看看这类意义的概念。

表达式的意义把它们同世界或世界中的实体相连系，这种连系有时处于极复杂的形式。例如，一个谓词同世界中的一个实体的集合相连系，更正确地说是同谓词能够真正称谓的实体的集合相连系。如果我们想在我们的语义学中避免假定抽象的、不可捉摸的实体，其中一个方法是说，对谓词唯一值得注意的是代表谓词的外延的集合。这也是人们开始试图为谓词逻辑建立形式语义学时曾经做过的——他们假设，如果一个人是讲表达式的外延，那末就可以避免讲表达式的意义。但是象我们在讨论内涵逻辑那一章时已经看到的，这样做意味着我们必须把非同义表达式

(non-synonymous expression)——例如，'奥列斯特'和'厄勒克特拉的兄弟'——看作相同的，如果它们有相同的外延的话。在讨论内涵逻辑那一章提出的解决办法是假设某种叫做*内涵*的东西。现在我们讨论一下这样的问题：象在内涵逻辑中所了解的内涵是否可以同语言表达式的意义等同起来。首先让我们看一看内涵和外延的关系。

我们已经看到，了解一个表达式的外延并不必然地包含着了解它的内涵，因为非同义表达式可能具有相同的外延。相反的问题怎样呢？如果一个人知道一个表达式的内涵，是否就知道它的外延呢？显然并不如此：我可能完全了解表达式'是聪明的'的意义是什么，但是并不确切知道谁是聪明的，谁是不聪明的。换句话说，了解一个表达式的外延必须知道两件事：表达式的内涵和这个世界实际上是什么样子。事实上我们可以把这看作一个表达式的外延的定义：了解一个表达式的外延是以了解这个表达式的内涵和这个世界是什么样子为条件的。这又附带说明了曾经困惑很多人的作为语句外延的真值的概念：如果你知道一个语句的意义，并且知道这个世界是什么样子，你就能讲出这个语句是真的还是假的。

到现在为止我们做的是用内涵规定外延。我们也可以用另外的相反的方法看看怎样用外延来解释一个内涵的概念。从我们在第八章曾经采用的一个观点来看，可以把一个内涵说成一个*外延决定*原则(extension-determining principle)，这个原则是一个用来观察世界并找出一个表达式的外延的规则。

现在的问题是如何详细说明这些原则。现在我们回到前面讨论的问题：我们怎样才能够描写属于一个特定语言的表达式的意义而又不需要必定使用这个语言本身？象我们已经看到的，内涵逻辑要求一个出路：我们可以用关于*从可能世界到外延的涵项*(functions from possible world to extensions)的讨论来代替

关于以观察客观世界的方法来决定外延的规则的讨论。区别是什么呢？在讨论集合论的一章里我们说过，一个函项就是给一个集合（函项的域）的每一个成员指定某一实体。了解这样一个定义有几种不同的方法，问题的答案依赖于我们选择的解释。一种可能性是把这个函项同赋值于其主目的规则等同起来：按照这种说法，外延决定函项（extension-determining function）和外延决定规则是同一个东西。另一个为逻辑学家所支持的可能性是，把函项同所有有序偶的集合等同起来，在这些有序偶中，第一个元素是函项的一个主目，第二个元素是这个主目的函项的值。为什么后面这个选择常常处于优先的地位的理由是，它把函项化为已经包含在集合论中的一种实体，即集合和有序偶。虽然如此，如果我们采取表达式的内涵实际上是一些有序偶的集合的说法，至少当我们把内涵和意义等同起来，并且希望我们的语义理论具有某种心理的实在（reality）的时候，我们将碰到一些问题。因为假定有无限多的可能世界，我们就必须承认一个人学习一个表达式的意义的时候，他必须学习无限多的有序偶集合。这样我们就被迫面临这样的两难情况：或者我们回到用以观察内涵的更直觉的道路而放弃使我们的概念能够化为集合论的可能性，或者我们维持把内涵规定为有序偶的集合而放弃对心理实在的希望。

随着把内涵等同于从可能世界到外延的函项而引起的，还有另外的困难。我们前面曾经提到具有相同外延但有不同内涵的表达式这种情况。在模型论语义学（model-theoretical semantics）里我们似乎不会碰到这样的困难：例如，假定有某些逻辑上可能的世界，在那里司各特（Walter Scott）没有写《威弗利》(Waverley)，那末作为两个名词短语‘司各特’和‘《威弗利》的作者’的内涵的函项，并不是对所有主目都有相同的值，因而是不同的。但是，假设我们换一个取自弗莱格的另一个例子。按照弗莱格的说法，数学表达式“3+1”和“2+2”有相同的外延（“Bedeutung”）即

“4”这个数，但有不同的内涵(“Sinn”)。隐藏在后面的意思是，“3+1”和“2+2”表现了获得相同结果的不同方式或程序。但是，如果象算术中对一个真的语句所通常认为的那样，“2+2=3+1”是一个逻辑真理，那末“2+2”和“3+1”的值在所有逻辑上可能的世界里都是相同的“4”这个数。换句话说，表达式“3+1”和“2+2”相当于从可能世界到数的相同的函项，因此必然具有相同的内涵。概括地讲，如果我们把内涵理解为从可能世界到实体的函项，那末逻辑上相等的表达式表现为具有相同的内涵。在这里，弗莱格关于内涵是获得外延的方法的意见已经消失了。

特别是在与命题态度的解释相联系的时候，会引起同样的问题。假设我们主张：

(a) 命题态度是人同命题之间的关系。

(b) 命题是从可能世界到真值的函项。

象我们已经讲过的，任何两个逻辑上相等的表达式，相当于可能世界的相同的函项，因此，任何两个逻辑上相等的语句事实上相当于同一个命题。例如，所有逻辑真理都表达同一个命题，即在所有可能世界都真的必然命题(对所有可能世界都具有“真”值的函项)。但是现在观察一下象信仰这样的命题态度。很明显，一个人可以相信一个逻辑真理而不相信另一个。例如，假设我的一个在逻辑学系的朋友断言他已经证明了两个定理。他碰巧是对的，但是我还没有看过他的证明，我不能对这些证明作出任何判断。因此，我选择相信他的第一个定理而不相信他的第二个定理。但是，如果两个定理都是逻辑真理，而且表达相同的命题，那末这种情况必然是不可能的。(131页已经提到的辛提卡的关于信仰的概念的论述，必然推出如果一个人相信P，那末他也相信所有P的论断，因此这里边碰到相同的困难。)

为解脱这种两难情况，有很多不同的建议。一个值得提到的

建议是由卡尔纳普提出的，他建议语言上的同义(linguistic synonymy) 不应该定义为模型论意义下的内涵的同一，而应该是包括他称之为**内涵同构**(intentional isomorphism)的某种较强的东西。粗略地说，两个表达式是内涵上同构的，如果它们是由这样的组成表达式(constituent expressions)构成的，这种组成表达式具有相同的内涵，并且它们也同样是由带有相同内涵的组成成分构成的。我们可以看出，这与弗莱格用"Sinn"表示的意思十分接近。事实上我们已经引进一个概念，用这个概念可以定义内涵同构。在讨论内涵逻辑和范畴语法时我们说过，一个语句具有一个语法的和一个语义的派生式，二者都可以用树形形式(tree form)表现。语义派生式告诉我们整个表达式的解释如何由他的部分的解释得到。因此，如果两个表达式具有相同的语义派生式，那末这两个表达式就是内涵上同构的。

这里我们也应该讨论一下"意义"和"真值条件"(对语句)的等同问题。有反对这个观念的几种可能的意见，有些严重一些，有些并不那末严重。首先让我们排除最不严重的。许多语言学家当他们一听到象"语句S是真的，当且仅当…"的时候，就立即表示反对："真同语言学毫无关系"，他们说，"说明哪个语句是真的，哪个语句是假的，不是语言学家的任务。"这种反对建筑在混淆了两种完全不同的东西之上：一个语句的真值和一个语句的真值条件。说明一种语言中哪些语句实际上是真的，的确不是语言学家的任务；但是说明这种条件，在这种条件下这个语句是真的，这完全是另外一回事。

另一个反对意见较为严重。象我们上面建议的，假设我们把一个语句的内涵看作一种原则，依据这种原则，我们在每个可能世界中赋予这个语句以真值。象我们已经讲过的。我们希望我们的理论具有某种心理的实在，即描写的成分在某些方面相应于出现在语言使用者的心灵中的东西。如果是这样，就会产生这样的

问题：在赋值于一个语句以作为它的解释，和在了解一个陈述（statement）的实际表述时我们所做的，这二者之间是否有任何相互关系。现在我们可以期望，当我们听到一个陈述句时，我们所做的是观察这个世界并看一看在这个世界中这个语句是真的还是假的。虽然这样，我们更应该做的是，想象一下当这个语句是真的时候，这个世界应该是什么样子；并且，如果我们认为说话人是值得信赖的，我们可以相应地改变我们的世界的观念。这样，似乎在真值条件语义学（truth conditional semantics）中关于语句的解释和语句的了解过程之间并不是十分符合的。虽然如此，逻辑学家对这一点还是有答案的。他可以参考下面两者之间的区别："把可能的语言或语法作为抽象的语义系统来描写，因而符号是与世界的各个方面相联系的"和"关于心理的和社会的事实的描写，因而这类抽象系统中的一个特殊系统是由个人或人群使用的系统"（引自刘易斯（Lewis）(《普通语义学》(General semantics)，1972，170页））。逻辑语义学只讨论第一个问题，而关于语言表达式的运用问题则与它无关。按照刘易斯的说法，"混淆"讨论中的这两个问题"只能引起混乱"。显然，可能有人反对这一点，认为把语言作为联系符号和世界各个方面的一种系统来研究，只有从语言里的符号的使用的研究中进行抽象才有可能，而且对语言学家来说问题在于这种抽象是否在经验上是值得注意的。

包含在我们前面几章已经讲过的那些语义规则中的知识告诉我们，怎样从简单表达式派生出复杂表达式的解释，这样做的时候，跟我们选择什么特定的简单表达式无关（除去逻辑常项）。事实上，逻辑语义学很少或者根本没告诉我们一个简单表达式应该怎样进行解释。这就使得它看似很抽象，甚至对很多人来讲是没有意义的；但是我们必须记住，如果关于语句如何被解释这个问题逻辑语义学告诉我们一些什么值得注意的东西的话，它主要告诉我们的是从简单表达式的解释获得复杂表达式的解释的方法，

或者如果我们愿意这样理解的话，可以说是结构对意义的贡献。我们不应该希望逻辑语义学确切地告诉我们在什么情况下“下雨了”这样的语句是真的；但是它能告诉我们在这个语句和它的否定“没下雨”为真的各自情况下，它们之间的关系。

10.3 形式语言在分析自然语言中的作用

现在我们讨论本章开头提出的第二个问题：当我们试图描写自然语言中表达式的意义的时候，在什么方式下可以使用逻辑的形式语言？

首先，考察一下最初创制形式语言的动机是适当的。象我们以前曾经强调的，逻辑学家研究的主要对象不是自然语言本身，而是逻辑论证。逻辑学家对语言表达式的结构感兴趣的只限于那些帮助他构成正确的演绎推理的那类知识范围之内。但是，另一方面，由于一种语言的语义结构的几乎所有方面都能在某种形式的推理中起作用，因此，几乎自然语言语义学中每样东西都对逻辑学家有潜在的兴趣。正是因为这一点，一个人首先对逻辑论证有兴趣还是对语言的表达式有兴趣是无关紧要的。虽然如此，却有别的因素把情况弄复杂了，开始逻辑学家研究自然语言中的语句以及它们之间的逻辑关系。他们立刻发现这些语句带有诸如模糊、歧义、结构上的不明确以及依赖于语境的意义等等讨厌的特征。这种情况自然而然地导致试图建立没有这些令人遗憾的缺点的表现意义的方法。

前几章描写的“形式语言”就是由于这个目的而建立起来的。但是在逻辑学著作中在有关逻辑公式和将加以“形式化”或“翻译”的自然语言的语句之间的确切的关系方面，可能发现某种混淆。对研究逻辑的目的在于学习某些与意义性质有关的东西的语言学家来说，关于这些关系到底是什么的问题当然是重要

的，虽然答案不是很容易找到的。

在第三章我们讨论过逻辑形式的概念。例如，我们发现20页上的(5)和(6)两个推理“具有相同的逻辑形式”，这里所谓“逻辑形式”说的是使这两个论证有效的那些共同的性质。在3.2节我们说过，论证和语句的逻辑形式依赖于某些“逻辑词(words)或小品词(particles)”的出现。事实上，可以在大多数逻辑书上找到的关于逻辑形式的这种解释，当运用于自然语言的时候，会遇到种种困难。首先，什么词可以看作是“逻辑的”这一点是不清楚的。事实上，象我们在3.7节《逻辑分析的深度》已经指出的，不同的逻辑系统（命题逻辑、谓词逻辑、模态逻辑等等）注意的是语句的完全不同的方面。每一个系统都有他们自己的一组“逻辑词和小品词”，或者用一个专门术语来讲，就是所谓逻辑常项。这些逻辑常项是用来作为这个特殊系统所集中注意的那些概念的表达式的。把在任何已有的形式系统中还没有讨论过的大量的自然语言中的词和语素处理为逻辑常项，当然是可能的。从这个观点来看，人们可以表明，我们不能讲“一个语句的逻辑形式”，而只能讲关于“在命题逻辑平面上的一个语句的逻辑形式”，“在谓词逻辑平面上的一个语句的逻辑形式”等等。换句话说，“逻辑形式”是同我们正在运用的逻辑系统相联系的。

而且，传统的关于逻辑形式的解释是不正确的，因为它把注意力集中在语句中的词或语素的有无而无视其他结构问题。举一个简单的例子，一个否定词(not)的出现，当我们还不知道这个否定词是否作用于全句的时候，并不能确切地告诉我们从这个语句能够引出的那些结论，因而也不能确切地告诉我们关于它的逻辑形式（参看33页）。但是当我们一旦认识到结构对逻辑形式的重要性时，问题就发生了：什么样的结构呢？由于在逻辑中强调形式标准，使得人们寻找这样一种语句的结构特征，这种特征能够单从观察它，也就是单从它明白地表现出来的结构特征来确

定。但是麻烦在于我们想知道的语句的结构不总是“在表层”(on the surface)的。除了别的以外，这种情况是通过自然语言中存在着结构上的歧义的语句表现出来的。例如，象我们在79页指出的，一个包含几个量词的英语语句，由于量词的辖域的关系，可能与一个以上的谓词逻辑中的公式相当。因此，语句的逻辑结构可能是隐性的(covert)。关于存在着一种看起来相同而实际上却完全不同的语句的认识，暗含在许多笑话和谜语里。参看下面从卡洛尔 (Lewis Carroll) 引来的一段话："'I see nobody on the road', said Alice. 'I only wish *I* had such eyes', the King remarked in a fretful tone. 'To be able to see Nobody! And at that distance too! Why, it's as much as *I* can do to see real people, by this light' … 'Who did you pass on the road?' the King went on, holding out his hand to the Messenger… 'Nobody', said the Messenger. 'Quite right', said the King: 'this young lady saw him too. So of course Nobody walks slower than you.' 'I do my best', the Messenger said in a sullen tone. 'I'm sure nobody walks much faster than I do!' 'He can't do that', said the King, 'or else he'd have been here first…'" ("'我看 (see) 没人 (nobody) 在大路上'，阿丽斯说。国王用一种不满的语调说道：'我只希望我有这样一双眼睛能够看见(see)没人(nobody)，而且在那么远也可以看见！因为在这样的光线下那是我刚好看到实际的人的距离'。……'谁走过大路了？'国王把他的手伸向使者，继续说。'没人'，使者说。'的确'，国王说，'这个年轻妇女也看见过他了。那末，自然是没人比你走得更慢了。''我尽我最大的努力做的'，使者用一种阴暗的语调说。'的确没人比我走得更快！''他不能做到这一点'，国王说，'否则他会首先到这里了……'。")

很清楚，这里的错误在于把 *I saw nobody no the road*('我

看没人在大路上’）与 *I saw John on the road*（‘我看见约翰在大路上’）看成具有相同的逻辑结构或形式。我们已经知道一个语句的逻辑形式可能是隐性的。有些逻辑学家认为这种情况比一般想象的要多得多。因此罗素主张包含有定摹状词的语句同那些它们的显性的(overt)语法结构能够提示它们逻辑形式的语句具有完全不同的逻辑形式（参看 185 页）。

由于自然语言的语句中存在隐性的逻辑特征，这就蕴涵着，如果我们想把只看语句形式的演绎规则加以形式化，我们不能用自然语言为这些语句构成这些演绎规则公式，而必须创制一种用以翻译自然语言的“形式语言”。的确，这就是创制形式语言的主要动机之一。

隐性结构的概念在转换语法中也是突出的，因为在转换语法里表层结构和深层结构的区别起着重要作用。在乔姆斯基的“标准理论”(standard theory)(乔姆斯基(1965))中，一个语句的深层结构是决定这个语句的语义解释的处在底层的语法结构。稍晚一点，所谓“生成语义学者”(莱柯夫(Lakoff)，麦考莱(McCawley)，波斯塔尔 (Postal)，罗斯 (Ross)) 要求语句的深层结构同它的“语义表现”相等。更晚一点，“逻辑形式”这个概念被用来指称描写的这一层次。因此，由生成语义学提出的“语义表达”(semantic representation)，看来很象谓词逻辑中的公式。

这个观念能够充分讨论，但是下面我们只限于指出一些必须牢记的东西，而不要求讨论生成语义学还没有注意的那些东西。首先我们必须注意“语义表现”和“语义解释”之间的区别。一个语义表现是显示一个语句的意义的方式，而不是意义本身。因此，一个语义表现实际上往往是使用另一种语言的表达式。特别是当我们把谓词逻辑中的公式看作英语或其他人类语言的表达式的语义来表现的时候，下面这一点是很明显的：这些表现也是一种具有自己的语法和语义的语言——谓词逻辑语言——中的表达

式。换句话说，同语义表现和表层结构形式有关的规则必须由解释语义表现的规则，例如由 97—98 页的规则来补充。

由于把语义表现没有歧义看作区别语义表现和表层语法结构的主要特点之一，因此我们可以说，当我们提供语义表现而不管它们看来象似什么的时候，我们就构成了一个无歧义语言，这种语言不是为一个语句提供语义解释的过程的最后结果，而必须仅仅是中间的一步。我们可以把这个过程表现如下：

语法结构←→无歧义语言中的表达式←→语义解释

这样，人们可能要反躬自问，这里中间步骤是否完全必要，我们为什么不能用下面的简单模式来代替：

语法结构←→语义解释

注意，原则上没有什么东西可以阻止语义解释规则使一个语句具有不同的输出。

自然，对存在着中间步骤这件事，可以提出几种可能的理由。一个已经提到的理由是：要求能够建立形式演绎规则。在我们看来，为使用一种无歧义语言进行辩护的最合理的方法是说，我们在任何情况下都需要某种论及语义解释的方法，因此我们必须创制一种无歧义的语言来达到这一点。当我们记住“语义表现”或无歧义语言中的表达式仅仅是一种辅助的设计而且本身没有独立地位的时候，这种观点是可以接受的。我们必须小心不要把无歧义语言的语法范畴，即“语句”和“谓词”，同语义解释的范畴，即“命题”和“属性”，混淆起来。

象我们在 172 页已经提到的，把无歧义语言作为赋予英语语句以语义解释过程中的一个中间步骤，已经由蒙塔古在他的一些论文中使用过（1974，第七章）。在他的著作中，无歧义语言的辅助性质是十分清楚的。

注意，上面所讲的实际上是语义解释的独立的特性：它们或者应当被认为能够表现成上面描写过的那种“树形”(trees) 的类

型，或者被想成根本不同的东西。

10.4 古典逻辑的局限性

最后，我们必须设法回答我们在这一章开头提出的最后一个问题：逻辑的语言作为自然语言的语义模式是否足够丰富？如果回答是否定的，能够有办法补救这种不足吗？

因为一阶谓词逻辑常常被看作一种古典的逻辑系统，因此我们可以从看看是否在自然语言中的某些区别在谓词逻辑中没有相应的部分，并且反问一下这些区别是否具有语义的相关性来开始我们的讨论。

我们已经看到只有少数自然语言的“语句联接词”(并列连词）和“量词”(数词、表量形容词等等）可以直接翻译到谓词逻辑里去。我们也曾经指出，通常对‘所有女孩子都是漂亮的’这样的语句的形式化，从许多观点来看都是有些可疑的。

自然语言的主要词汇类（名词、形容词和动词）之间的区别没有在谓词逻辑中得到确认。而专有名词被译为个体名词，普通名词、形容词和动词则合在一起作为谓词。有些逻辑学家如赖辛巴赫和生成语义学的支持者主张这是谓词逻辑的一个优点和传统语法的一个缺点。但是词汇类显然不是在语义上不相关的。怎样才能掌握它们中间的区别，仍然是一个没有解决的问题。

同样的，普通名词的次类（可数名词和物质名词）在谓词逻辑中也没有相应的部分。一般地说，带有物质名词的语句很难用谓词逻辑的语言加以公式化。读者自己可以试验一下象(1) 这样的语句：

(1) **Gold is scarce these days but I bought some today.**
(这些日子金子是罕见的，但是我今天买到一些。)（可是，应该承认(1) 为什么很难公式化，是有一些别的理

由的）。

有些词类在逻辑中似乎完全没有相应的部分，如从属连词、介词（可能是另一种谓词）以及各种副词（但是参看上面174页）。

我们已经讨论了例如英语的有定冠词和（扩展的）谓词逻辑中的艾欧塔算子。

象下面这样的语句，其中有些语言描写中称之为“系属语句”（generic），在谓词逻辑中是不能区分的。

(2) (a) Dog barks（狗叫）

(b) The dog harks(这里的 the dog 用来指种(species))(狗(这种动物)叫)

(c) All dogs bark(所有的狗叫)

(d) The dogs bark（这许多狗叫）

(e) All the dogs bark（所有这许多狗叫）

(f) A dog barks（狗(是)叫(的)）

大概这些都描写为(3)。

(3) $\forall x(D(x)\rightarrow B(x))$

语句(d)和(e)指在这一言语情景中给定的某一特定的狗的集合，而另外的语句被理解为关于“狗”这个种的一般的陈述。关于这个问题的理论必须包括一种方法，这种方法允许在谈话过程中或表示“普遍规则”的某些方式中改变论域。后者可以借助模态逻辑达到：我们希望说，(a)不仅是关于出现在我们的世界的实际的狗的，而且是关于那些存在于同我们的世界具有相同自然规律的可能世界的所有的狗的。

我们可能也需要一种方法把带‘所有’(*all*)的语句从不带这个词的语句区别开来。在自然语言中，我们可以允许一个全称陈述不必象谓词逻辑中带有全称量词的相当的表达式那样，由于一个简单的反例就加以否证。例如，象我们已经显示的，我们不能

因为发现有一个狗不会叫就说(a) 是假的。

可能谓词逻辑的最严重的局限是它只讨论直陈句。命令句和疑问句完全排除在这个系统之外。理由是这类语句在言语活动中具有完全不同的功能，它们不是正常地用来传达关于世界的知识的。当然，已经作出了建立"命令逻辑"和"问题逻辑"的努力。意见分歧在于正确处理这些语句的类型上。有些逻辑学家（和语言学家）认为把这类语句作为特殊类型的直陈句是可能的；这将使赋予这些语句以真值条件成为可能。一个传布相当广的理论是运用假说(performative hypothesis)，按照这个理论，所有语句都应该有底层结构，在底层结构中最高的从句(clause) 是说话人说出的，关于他正在进行的言语活动中所要做的事情的一个陈述；例如，一个命令语句可能具有底层结构'我命令你S'(I order you that S)。还有其他假说。

但是陈述句的意义，就是象一般所了解的那样的意义，也包括一些难于解释为真值条件的方面。例如，很难设想有这样一种情况，在这种情况下，虽然(4) 里的一个语句可能是真的，同时另一个语句是假的，而它们仍然在意义上明确地区分开来。

(4) (a) 这只玻璃杯是半空的。

(b) 这只玻璃杯是半满的。

正象我们在讲预设一节看到的，意见分歧也存在于直陈句的语义的哪一方面可以看作真值条件的。我们也可以提出象(5)(6)那样表示价值判断的语句，这类语句按照某些道德哲学的理论来说，根本就无所谓真假。

(5) 没有结婚而发生性关系是不道德的。

(6) 米尔顿(Milton) 是一个伟大的诗人。

因此，虽然谓词逻辑的局限性是很明显的，但是逻辑学家和语言学家现在仍然从事于扩展谓词逻辑或者建立能更适宜于作为自然语言的语义模式的其他系统。自然，在他们能够成功到什么

程度，以及逻辑语义学的根本概念是否适宜于处理自然语言，还是一个有待解决的问题。不管结果如何，我们认为决定研究语义学的语言学家需要研究逻辑是有某些根据的。首先，关于逻辑的基本概念的知识对想了解任何重要的当代语言语义学著作都是重要的。其次，逻辑学家试图回答一些对任何一种语义学理论都是中心的问题。例如：哪一类对象或实体是语言表达式的意义？语言表达式是怎样与外在世界中的事物连结起来的？当一个人具有由他支配的有限的简单表达式的解释的知识时，怎样可能去解释无限多的复合表达式？语言与推理的关系怎样？我们怎样用有限的语义规则去描写无限的语句的意义？

那些已经给出的回答可能并不是最后的，但是在某种情况下都是至今存在的唯一回答。第三，由逻辑学家建立的形式系统在明确性上有了很大进展。生成语法的发展使语言学家了解到一个明确的模型——即使是错误的——可以帮助我们用确切地弄清楚什么是我们知道的，什么是我们不知道的这样的方法深入了解一些问题。我们可以从人类语言的逻辑模型的局限性的研究来获得关于人类语言的新的理解。

参 考 书 目

Ajdukiewicz, K. 爱裘凯维茨 1935. 'Die syntaktische Konnexität', Studia Philosophica (Warsaw), 1, 1—28.

Anderson, J. and Johnstone, H. 安德森和琼斯通 1962. Natural Deduction, Belmont, Calif.: Wadsworth.

Austin, J. L. 奥斯汀 1962. How to Do Things with Words, Oxford: University Press.

Bar-Hillel, Y. 巴尔——希勒尔 1970. Aspects of Language, Jerusalem: Magnes Press.

Carnap, R. 卡尔纳普 1947. Meaning and Necessity, Chicago: University of Chicago Press. 1958. Introduction to Symbolic Logic and Its Application, New York: Dover.

Chomsky, N. 乔姆斯基 1957. Syntactic Structure, The Hague: Mouton. 1965. Aspects of a Theory of Syntax. Cambridge, Mass.: M. I. T. Press.

Cooper, D. 库珀 1974. Presupposition, The Hague: Mouton.

Cooper, R. and Parsons, T. 库珀和帕尔森斯 1976. 'Montague grammar, generative semantics and interpretative semantics', in B. Partee 帕蒂 (ed.), Montague Grammar, New York: Academic Press, pp. 311—62.

Cresswell, M. 克雷斯韦尔 1973. Logics and Languages, London: Methuen.

Davidson, D. and Harman, G. 戴维森和哈曼 (eds.) 1972. Semantics of Natural Language, Dordrecht: Reidel.

Davies, P. 戴维斯 1973. Modern Theories of Language, Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall.

Fillmore, C. J. and Langendoen, D. T. 费尔摩和兰根登 (eds.) 1971. Studies in Linguistic Semantics, New York and London: Macmillan.

Fodor, J. and Katz, J. J. 福德和凯茨 1963. 'The structure of a semantic theory', Language 39, 170—210.

van Frassen, B. C. 范·弗拉森 1971. Formal Semantics and Logic, New York and London: Macmillan.

Frege, G. 弗莱格 1952 'Ueber Sinn und Bedeutung', in P. Geach and M. Black 吉奇和布莱克 (trs. and eds.), Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege, Oxford: Blackwell, pp. 56—78.

Geach, P. 吉奇 1972. 'A program for syntax', in Davidson and Harman 戴维森和哈曼 (eds.) 1972, pp. 483—97.

Grice, H. P. 格莱斯 1975. 'Logic and conversation' in P. Cole and J. Morgan 科尔和摩根 (eds.) Syntax and Semantics, III, New York: Academic Press, pp. 41—58.

Halmos, P. R. 哈莫斯 1960. Naive Set Theory, Princeton, N. J.: Van Nostrand.

Hintikka, J. 辛提卡 1962. Knowledge and Belief: An Introduction to the Logic of the Two Notions, Ithaca, N. Y. and London: Cornell University Press. 1969. Models for Modalities, Dordrecht: Reidel.

Hughes, G. E. & Cresswell, M. J. 休斯和克雷斯韦尔 1968. An Introduction to Modal Logic, London: Methuen.

Husserl, E. 胡塞尔 1962. Ideas, London: Collier.

Kalish, D. and Montague, R. 卡立希和蒙塔古 1964. Logic, New York: Harcourt, Brace and World.

Kaplan, D. 卡普兰 1963. 'Foundations of intensional logic',

unpublished Ph. D. thesis, University of California at Los Angeles.

Katz, J. J. 凯茨 1972. Semantic Theory, New York: Harper and Row.

Katz, J. J. and Postal, P. 凯茨和波斯托尔 1964. An Integrated Theory of Linguistic Descriptions, Cambridge, Mass.: M. I. T. Press.

Kneale, M. and Kneale, W. 尼尔和尼尔 1962. The Development of Logic, Oxford: University Press.

Kripke, S. 克利普刻, 1963. 'Semantical considerations on modal logics', Acta Philosophica Fennica, 16, 83—94. 1972. 'Naming and necessity', in Davidson and Harman (eds), 1972, pp. 253—355.

Lakoff, G. 莱柯夫 1970. 'Counterparts, or the problem of reference in transformational grammar', in S. Kuno, Report No. NSF-24 to the National Science Foundation, Cambridge, Mass.: Harvard Computational Laboratory, pp. 23—37.

Lambek, J. 兰贝克 1961. 'On the calculus of syntactic types', in R. Jakobson (ed.) On the Structure of Language and Its Mathematical Aspects, Providence, R. I.: American Mathematical Society.

Leibniz, G. W. 莱布尼兹 1952. Discourse on Metaphysics, tr. P. Lucas and L. Grint, Manchester University Press.

Lewis, D. 刘易斯 1968. 'Counterpart theory and quantified modal logic', Fournal of Philosophy, 65, 113—26. 1972. 'General semantics', in Davidson and Harman (eds.), 1972, pp. 169—218. 1973. Counterfactuals, Oxford: Blackwell.

Lipschutz, S. 李卜叔兹 1964. Theory and Problems of Set

Theory and Related Topics, New York: Schaum.

Lyons, J. 莱昂斯 1968. Introduction to Theoretical Linguistics, Cambridge: University Press.

Mates, B. 梅兹 1965. Elementary Logic, Oxford: University Press.

Mendelson, E. 门德尔森 1964. Introduction to Mathematical Logic, Princeton, N. J.: Van Nostrand.

Montague, R. 蒙塔古 1974. Formal Philosophy: Selected Papers of Richard Montague, ed. R. Thomason, New Haven, Conn., and London: Yale University Press.

Olshewsky, T. M. (ed.) 奥休斯基 1969. Problems in the Philosophy of Language, New York: Holt Rinehart and Winston.

Partee, B. 帕蒂 1975. 'Montague grammar and transformational grammar', Linguistic Inguiry, 6:2, 203—300.

Petöfi, János, S. and Franck, Dorothea 裴多飞，雅诺什 和 弗兰克，多萝西娅 (eds.), 1973. Präsuppositionen in Philosophie und Linguistik/Presuppositions in Philosophy and Linguistics, Frankfurt: Athenäum.

Post, E. 波斯特 1936. 'Finite combinatory processes-formulation I', Fournal of Symbolic Logic, 1, 103-5.

Prior, A. N. 普莱尔 1957. Time and Modality, Oxford: University Press. 1967. Past, Present and Future, Oxford: University Press.

Prior, A. N. 1968. Papers on Times and Tense, Oxford: University Press.

Quine, W. V. O. 奎因 1963. From a Logical Point of View, New York: Harper, 1964. Word and Object, Cambridge,

Mass.: M. I. T. Press. 1970. Philosophy of Logic, Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall.

Reichenbach, H. 赖辛巴赫 1966. Elements of Symbolic Logic, New York: Free Fress.

Rescher, N. 雷斯切 1968. Topics in Philosophical Logic, Dordrecht: Reidel.

Resnik, M. 瑞斯尼克 1970. Elementary Logic, New York: McGraw-Hill.

Rosenberg, J. and Travis, C. 罗森堡和特拉维斯 (eds.) 1971. Readings in the Philosophy of Language, Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall.

Stalnaker, R. 斯托雷克尔 1968. 'A theory of conditionals', in N. Rescher(ed.), Studies in Logical Theory, Oxford: Blackwell, pp. 98-112.

Steinberg, D. and Jacobovits, L. A. 斯坦堡和雅各博维茨 (eds.) 1971. Semantics: An Interdisciplinary Reader in Philosophy, Linguistics and Psychology, Cambridge: University Press.

Stoll, R. R. 斯托尔 1961. Introduction to Set Theory and Logic, Sen Francisco and London: Freeman.

Strawson, P. F. 斯特劳森 1967. Introduction to Logical Theory, London: Methuen.

Tarski, A. 塔斯基 1965. Introduction to Logic, Oxford: University Press.

Thomason, R. 托马森 1970. Symbolic Logic, London: Macmillan.

Voltaire, 伏尔泰 1759. Candide.

习 题 解 答

第二章 集合论

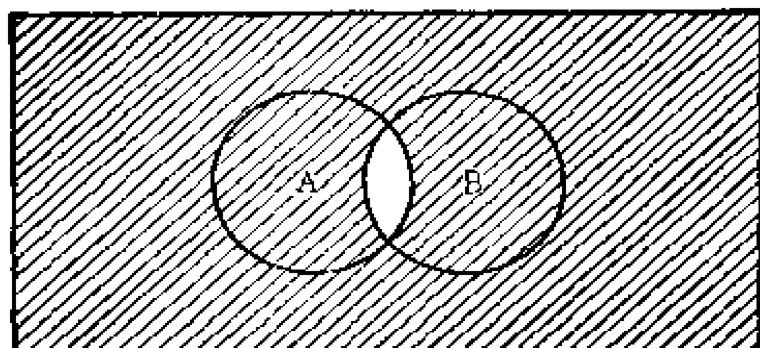
1. (*a*) $b\in C$; (*b*) $C\subset D$; (*c*) $A\cup C$; (*d*) $\{d,e,g\}$;
   (*e*) $d\notin A\cap B$; (*f*) $\complement A\subset B\cup C$

2. (a) 玛丽吻了的那个男孩。
   (b) 是哲学家的那个丹麦人（那个丹麦哲学家）。

3. {{伦敦}，{爱丁堡}，{都柏林}，{伦敦，爱丁堡}，{伦敦，都柏林}，{爱丁堡,都柏林}，{伦敦，爱丁堡,都柏林}，∅}

4. 真：(*a*)，(*c*)，(*d*)，(*f*)；
   假：(*b*)，(*e*)

5.



6. 真：(*a*)，(*b*)，(*d*)，(*e*)，(*g*)；
   假：(*c*)，(*f*)

7. (*a*) 域：国家；值域：城市
   (*b*) 域：男人；值域：女人
   (*c*) 域：学校；值域：人

（以上名词在英语中均为复数——译者注）

第四章　命题演算

1. (b)，因为它不能解释为 $p\&q$。它跟'奥利弗是一个亲戚并且理查德是一个亲戚'不是同义的。

2. (a) $p \to q$；

   (b) $p \& q$；

   (c) $q \to p$；

   (d) $(p \vee q) \& \sim r$；

   (e) $\sim (p \vee q) \to r$；

   (f) $\sim p \to q$ 或者 $p \vee q$

3. (a) 假；(b) 真；(c) 假；(d) 真；(e) 真；(f) 真

4. (a)，(c)，(d)，(f)，(h)

5. 不是。例如，象'约翰是幸福的，因为玛丽爱他'这样一个语句，即使两个简单句都是真的，它也可以是真的或是假的。所以，'p，因为 q'的真值不能是 p 和 q 单独的真值的一个函项。

6. (a) Apq；

   (b) ENpq；

   (c) EApq Kpq

7. (a) $p \& \sim q$；

   (b) $(((p \equiv q) \& r) \vee s) \to t$；

   (c) $(p \to q) \equiv (\sim q \to \sim p)$

8. (a)，(b) 和 (c) 都是重言式。

第五章　谓词逻辑

1. (a) 伯特称赞弗兰克。

(b) 伯特称赞弗兰克但是弗兰克鄙视伯特。

(c) 有人称赞他自己。

(d) 并非每一个人都鄙视弗兰克。

(e) 每一个称赞弗兰克的人都鄙视他自己。

(f) 不存在这样的人，他为每个人所称赞。

(g) 每一个称赞某人的人，就不会鄙视某人。

2. (a) $D(c)$

(b) $L(c) \& S(o)$

(c) $\sim \exists x(G(x) \& L(x,l))$

(d) $\forall x(S(x) \rightarrow \exists y(B(y) \& R(x,y)))$

(e) $\sim \exists x \forall y(S(x) \& (Q(y) \rightarrow A(x,y))$

(f) $\forall x(S(x) \rightarrow F(x)) \rightarrow \sim \exists x(S(x) \& G(x))$

(g) $T(a) \rightarrow C(a)$

3. (a) 自返性的，对称性的，传递性的。

(b) 自返性的，非对称性的，传递性的。

(c) 反自返性的，反对称性的，反传递性的。

(d) 非自返性的，非对称性的，非传递性的。

(e) 反自返性的，非对称性的，非传递性的（在词的生物学意义上，包括异父或异母兄弟）。

4. 一个人和他的指纹之间的关系可能是一一关系，这意谓它是一个函项。

5. 例如：(a) “称赞”；

(b)“在一次考试中具有的成绩”(每个学生在一次考试中具有相同的成绩)；

(c)“是……的父亲”；

(d)“是……的丈夫”(在一夫一妻制社会)。

6. 例如：$P(a) \& \sim P(a)$

或 $(\forall x(M(x) \rightarrow C(x)) \& M(b)) \rightarrow \sim C(b)$

7. (a) $\exists x(B(x) \& S(v,x) \& S(\mathrm{k},x))$；

(b) $\exists x(B(x) \& S(v,x)) \& \exists y(B(y) \& S(\mathrm{k},x))$

这里 B 代表“熊”，S 代表“看到”，r 指罗杰，而 k 指纳特。

8. (a) $\exists y \forall x H(x,y)$；

(b) $\forall x \exists y H(x,y)$，这里 H 代表“恨”。

9. 例如："是大于"和"是小于"。

10. 二元谓词解释为有序偶的集合。

11. $\exists x(P(x) \& B(x))$，这里 P 代表“势力”，E 代表“邪恶”。

12. 开语句就是至少带有一个自由变项的逻辑公式。

13. (a) 和 (c) 等值。

(b) 和 (f) 等值。

(d) 和 (g) 等值。

14. (a) G：$\{b,c\}$

L：$\{\langle a,a\rangle \langle c,b\rangle \langle b,c\rangle\}$

(b) G：$\{b,c\}$

L：$\{\langle a,a\rangle \langle c,b\rangle \langle b,c\rangle \langle a,c\rangle\}$

15. 真语句：(c) 和 (f)

假语句：(a)，(b)，(d)，(e)，(g)和(h)

（看出‘h’是假的，是相当困难的，但是如果你注意解释，你将发现 d 象 a 而 a 象 d，但 d 不象 d。而且没有任何东西可以阻碍 x 和 z 两个变项象这个例子所作的那样，去指称同一个人。）

16. (a) $H(a)$

(b) $\sim H(a)$

(c) $\sim \forall x L(x,a)$

(d) $\exists x L(x,c)$

(e) $\exists x \forall y L(y,x)$

17. 下述解释使练习 (1) 中所有的语句为真：

A： $\{\langle b, f\rangle \langle a, a\rangle\}$

D： $\{\langle f, b\rangle \langle b, b\rangle\}$

第六章　演绎

1. 存在概括规则。

2. $p \equiv q$　　前提

　$(p\to q)\&(q\to p)$　　根据等值消去规则

　$q\to p$　　根据合取消去规则

3. p　　前提

　$\sim\sim p$　　根据双重否定引入规则

　p　　根据双重否定消去规则

4. (a) $(p\to q)\&(q\to r)$　　假定

　(b) $p\to q$　　根据合取消去规则从 (a) 得出

　(c) $q\to r$　　根据合取消去规则从 (a) 得出

　(d) p　　假定

　(e) q　　根据肯定前件式从(b)和(d)得出

　(f) r　　根据肯定前件式从(c)和(e)得出

　(g) $p\to r$　　根据条件化规则从(d)—(f)得出

　(h) $((p\to q)\&(q\to r))\to(p\to r)$

　　根据条件化规则从(a)—(g)得出

5. (a) $p \equiv q$　　前提

　(b) q　　前提

　(c) $(p\to q)\&(q\to p)$　　根据等值消去规则从(a)得出

　(d) $q\to p$　　根据合取消去规则从(c)得出

　(e) p　　根据肯定前件式从(b)和(d)得出

6. (a) $S(g)\&H(g)$　　前提

(b) $\forall x(S(x)\to D(x))\&\forall y(H(y)\to M(y))$ 前提

(c) $S(g)$ 根据合取消去规则从(a)得出

(d) $H(g)$ 根据合取消去规则从(a)得出

(e) $\forall x(S(x)\to D(y))$ 根据合取消去规则从(b)得出

(f) $\forall y(H(y)\to M(y))$ 根据合取消去规则从(b)得出

(g) $S(g)\to D(g)$ 根据全称例示规则从(e)得出

(h) $H(g)\to M(g)$ 根据全称例示规则从(f)得出

(i) $D(g)$ 根据肯定前件式从(c)和(g)得出

(j) $M(g)$ 根据肯定前件式从(d)和(h)得出

(k) $D(g)\&M(g)$ 根据合取引入规则从(i)和(j)得出

7. (a) $p\&q$ 前提

(b) p 根据合取消去规则

(c) $\sim\sim p$ 根据双重否定引入规则

第七章 模态逻辑

1. (a) $N\forall xF(x)$;

(b) $\forall x(N\exists y(F(x,y)))$

2. $N(p\vee\sim p)$

3. $M\forall x(S(x)—\exists y(B(y)\&R(x,y)))$

$$\left.\begin{array}{l} M\exists y\forall x \\ \forall xM\exists y \\ \forall x\exists yM \\ \exists y\forall xM \\ \exists yM\forall x \end{array}\right\}(S(x)\to(B(y)\&R(x,y)))$$

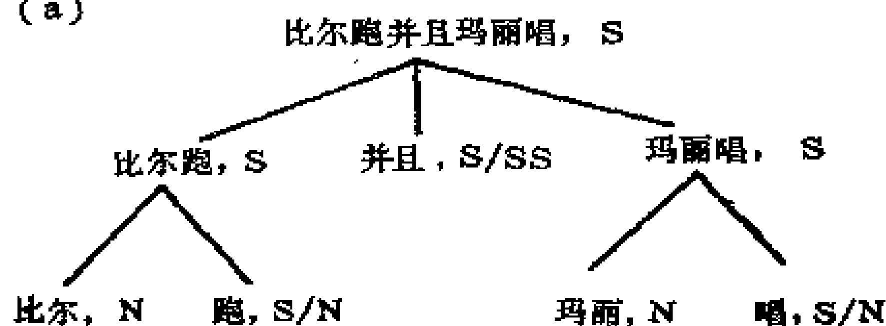
4. 第一个论证是错误的，其理由是‘一个寡妇’必须相对于一个时间参考点而给予解释；当它出现在一个具有过去时态动词的语句中时，这个参考点自然也是指过去时，所以‘一个寡

妇'在它所出现的两个语句中具有不同的参考点。

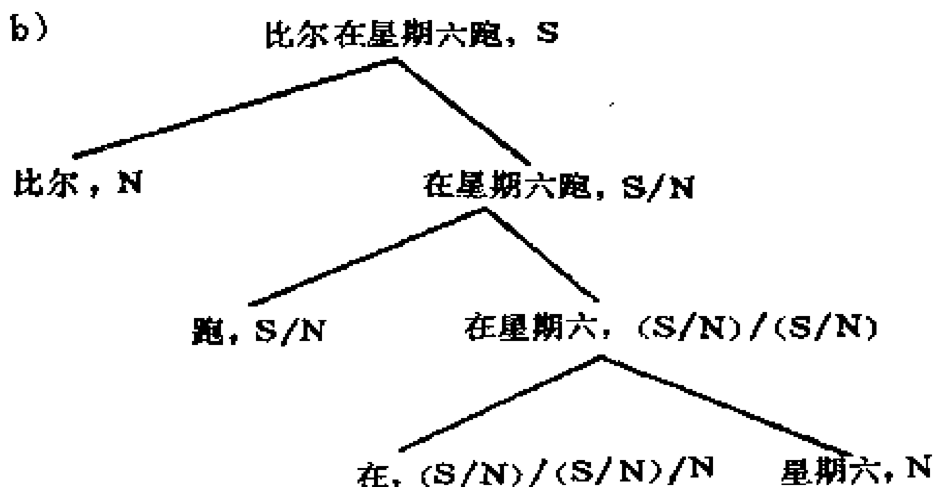
第八章　内涵逻辑和范畴语法

1. 内涵的：'崇拜'，'寻找'，'想象'
   外延的：'吃'，'喝'

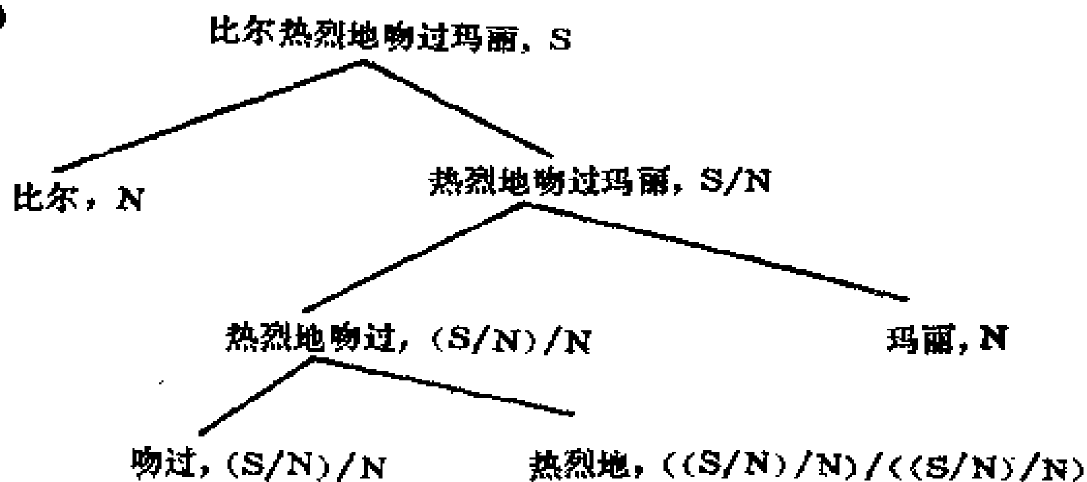
2. (a)



(b)



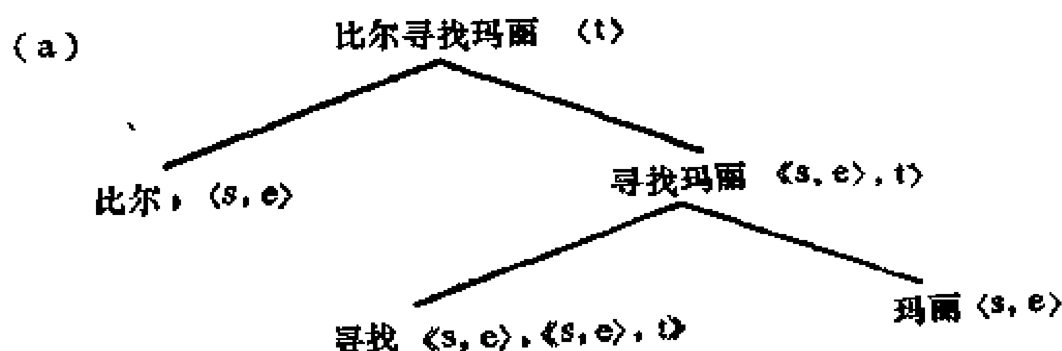
(c)



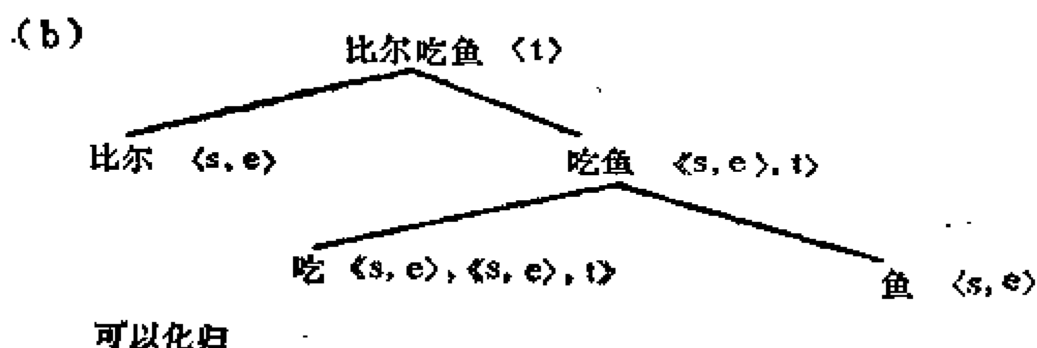
所有这三个语句都可以给予不同的结构。范畴语法承认大部分结构。但是这里所给予的三个根据语义学看来是最合理的。(这样我们给予（2(c)）的结构跟正文中所给予（5）的结构是有区别的。)

3.

(a)

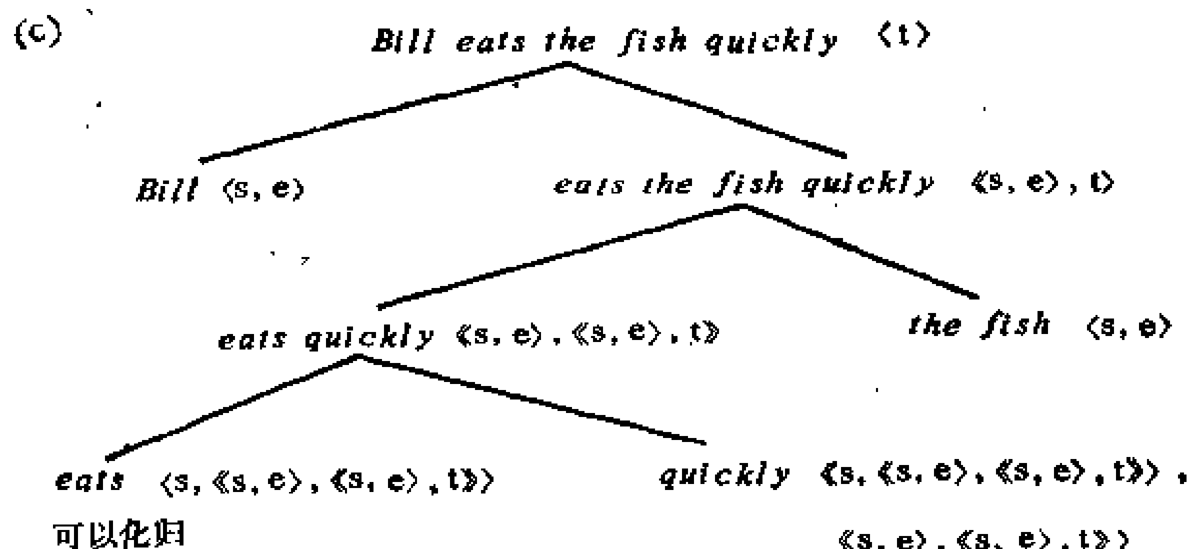


(b)



可以化归

(c)



可以化归

(注：本题译成汉语后语序将产生变化，故仍用英文表述)

索　引

abstraction operator 155* 抽象(运)算子
accessibility 113 可达性
accidental property 119 偶有属性
adjectives 169 形容词
Adjukiewicz, kazimierz 132 爱裘凯维茨，卡基密尔
adverbs 109, 121, 139, 148, 169 副词
alethic logic 112 真理论逻辑
all–quantifier 61*f*, 115, 169, 170 ‘所有’量词
alternativeness 113 可选择性
analysis, logical 25*f*, 58*f* 分析，逻辑的
analysis tree 136 分析树形图
analytic sentences 23–4 分析语句
analytic truth and falsehood 23–4 分析的真和假
and 4, 25, 30, 32*f* 并且
application rules, functional 136 运用规则，函项的
appropriateness 153 适当性
argument: of a function; 11, 133 主目：一个函项的；
of a predicate; 60 一个谓词的
(= reason) 17, 155
assignment 11 赋值，指派
as'signment function 84 指派函项
asymmetric relation 89 非对称关系

* 系原版书页码。

atomic sentence 25	原子语句
Austin, John 153	奥斯汀，约翰
autonomy of syntax 131	语法的自主
axiom and axiom systems 103	公理和公理系统
Bar-Hillel, Yehoshua 132	巴尔—希勒尔，叶霍舒亚
basic categories (of categorial grammar) 133,135	基本范畴（范畴语法的）
Bedeutung 126	指称（弗莱格用语）
belief world 114	信念世界
binding 64	约束
boulomaic logic 112	愿望逻辑
bound variable 64	约束变项
box diagram 43	盒形图（解法）
Carnap, Rudolf 126,128,162	卡尔纳普，鲁道尔夫
Carroll, Lewis 166	卡洛尔，刘易士
case 22	场合
categorial grammar 132*f*	范畴语法
categorial presupposition 150	种类预设
categorial syntax 135	范畴语法
categories (basic v. functional) 133,135	范畴（基本的，相对于功能的）
certain 108	必定的
certainly 109	必定地
characteristic function 13,137,144	特征函项
Chomsky, Noam 167	乔姆斯基，诺姆
Church, Alonzo 126,155	车尔奇，阿朗卓

class 3	类
classical logic, limitations of 168	古典逻辑，的局限性
co-clomain 12	值域
collection 3,6	集族
common nouns 169	普遍名词
communicative norms 153	交际准则
competence, norm of 154	能力，能力准则
complement 8	补集
compound sentence 25	复合句
concatenation 132	连锁
conceivability 112-13	可思议性
conceptualism 127	概念论
conclusion 15	结论
Conditionalization 100	条件化
conditions: felicity-	条件：恰当性一；真值一
truth 47,129,155,162	
conjunct 32	合取肢
conjunction; 4,26,30,32	连词；合取结合的；
associative; 34	
commutative 33	可交换的
coordinating/subordinating 169	并列连词/从属连词
Conjunction Elimination 97	合取消去规则
Conjunction Introduction 97	合取引入规则
connectives 26,30,42,169	联结词
consequence, logical 16,159	（逻辑的）推断；后承
constant: individual; 59,73	常项：个体的；

logical; 27,165	逻辑的；
predicate 59,73	谓词的
constituent structure 42	组成成分的结构
context: intensional/extensional 139	语境：内涵的/外延的
transparent/opaque 118	显透的/晦暗的
context-dependent 121	依赖语境的
contingent property 119	偶然属性
contradiction 24,50*f*	矛盾
converse relation 90	逆关系
Cooper, Robin 146	库珀，罗宾
coordination 25	并列关系
co-referring terms 118	相互指称的词项
counterfactual sentences 39,120	反事实语句
counterparts 119	对应部分
covert structure 166	隐性结构
Cresswell, Max 132	克雷斯韦尔，麦克斯
cross-world identification 119	跨越世界的辨认
de dicto 115,118, 157	拉丁文，意思是"关于所说的"。
de re 118,157	拉丁文，意思是"关于事物的"。
deduction 96*f*	演绎
deduction rules; 98*f*,159	演绎规则；
in everyday conversation 104*f*	日常会话中的演绎规则
deductive logic 16	演绎逻辑
deductive system 96*f*	演绎系统
deep structure 146	深层结构

definite descriptions 149*f*	有定摹状词
deictic expressions 121	指示表达式
deontic logic 111	道义逻辑
deontic operators 111	道义算子
derived (or functional) categories 135	派生的（或函数的）范畴
describability 112	可描述性
description; 4 definite 152	描述法；有定摹状词
desirability 112	可想望性
diagram: box; 43 tree 42	图解法：盒形的；树形的
dictionary (or functor) expressions 135	词典（或函子）表达式
difference 7	差集
direct speech 21	直接引语
disambiguated language 146,168	无歧义语言
discourse; universe of 5,62,170	论域
disjunct 34	析取肢
disjunction; 30,34*f*	析取；
inclusive/exclusive 35	相容的/不相容的
Disjunction Elimination 98	析取消去规则
Disjunction Introduction 98	析取引入规则
domain; of function: 12	（定义）域；函项的域；
of intension; 129	内涵的域；
of predicate 151	谓词的域
Double Negation Elimination	双重否定消去规则

99
Double Negation Introduction 99 双重否定引入规则

either…or 35-6 或者…或者
Electra paradox 125 厄勒克特拉悖论（厄勒克特拉是古希腊悲剧中的一个人物——译者注）
elements of a set 3 集合的元素
empty set 4,6 空集
entailment, logical 16 推演，逻辑的
enumeration 4 列举法
epistemic logic 112f 认识论逻辑
equivalence 30,40 等值
Equivalence Elimination 99 等值消去规则
Equivalence Introduction 99 等值引入规则
equivalence relation 90 等值关系
essential property 119 本质属性
excluded middle, law of 103 排中律
existential generalization 102 存在概括规则
existential presupposition 150 存在预设
existential quantifier 65,105 存在量词
explicitness 171 明确性
expressions, dictionary 135 表达式，词典的
extension 4,125f,151,159 外延
extension-deitermining principle 160 外延决定原则
extensional context 139 外延语境

extensional predicate 127 外延谓词
extensional set 5 外延性集合
extensional type 136,144 外延类型
extensionality principle 4 外延性原则

factive presupposition 150 事实预设
false 152f 假
false analytically or in all possible worlds 24 分析性的假或在所有可能世界中的假
families (of sets) 6 族（集的）
fears 112 惧怕
felicity 153 恰当性
first-order predicate logic 58f 一阶谓词逻辑
form: grammatical; 19 形式：语法的；
  logical 17f,165,167 逻辑的
formal language 45,164 形式语言
formation, rules of 44f 形成规则
formulas, well-formed(wff) 44 公式，合式的
free variables 64 自由变项
Frege, Gottlob 126,149,161-2 弗莱格，戈特罗布
Fregen principle 130f 弗莱格原理
function: 10-11,160 函数或函项：
  assignment; 84 指派的；
  characteristic; 12 特征的；
  sentential; 语句的；
    truth- 27,37-8,53,63 真值的
functional application rules 136 函项运用规则

functional categories 133,135-6 函项范畴
functions from possible worlds to extensions 160 从可能世界到外延的函项
functor 133 函子
functor expression 135 函子表达式
future 123 未来

Geach, Petter 132 吉奇，彼得
general interpreting function 130 一般解释函项
generalization, existential 102 存在概括规则
generative semantics 167,169 生成语义学
generic sentences 169 系属语句
glue (that ties language to the world) 128*f* 粘合物（将语言与世界结合起来）
grammatical form 19 语法形式
group 3 群

Hintikka, Jaakko 113-14,162 辛提卡，耶柯
hopes 112 希望
Husserl, Edmund 132 胡塞尔，艾德蒙德
hyponymy 23 下义关系
hypotaxis 25 主从结构

ideal worlds 111 理想世界
identification, cross-world 119 辨认，跨越世界的
if 120 ‘如果’
if-constructions 110 ‘如果’结构

if…then 37*f*	‘如果…那么’
implication 30,37*f*	蕴涵
implication, material 38,110	蕴涵，实质的
Implication Elimination 99	蕴涵消去规则
Implication Introduction 100	蕴涵引入规则
inclusion 6	包含
indexical expressions 121	指标表达式
indices 121	索引
indirect reasoning 53,105	间接推理
indirect speech 21	间接引语
individual concept 137	个体概念
individual constant 59,73	个体常项
individual term 60	个体词项
individual variable 59	个体变项
induction, mathematical 46	归纳法，数学的
inductive logic 16	归纳逻辑
inference: logically valid; 15*f*	推理：在逻辑上有效的；
(=rule of deduction) 98	(=演绎规则)
information, new/old 154	信息，新的/旧的
intension; 4,118,125*f*,159*f*	内涵；
of sentences 136	语句的
intensional context 139	内涵语境
intensional grammar 144	内涵语法
intensional isomorphism 162	内涵同构
intensional logic 118,125,159*f*	内涵逻辑
intensional predicate 127	内涵谓词
intensional type 144	内涵类型
interpretation 73*f*	解释

interpretation rules, semantic 146	解释规则，语义的
interpreting function, general 130	解释函项 一般的
intersection 6	交集
inter-sentential relations 25	语句的内部关系
intransitive relation 89	反传递关系
intra-sentential relations 25	语句的外部关系
iota-operator 152	艾欧塔（运）算子
irreflexive relation 88	反自返关系
isomorphism (between syntax and semantics); 131, 138	同构（语形和语义之间的）；
intensional 160	内涵的
Kaplan, David 128	卡普兰，大卫
Kripke, Saul 119, 128	克里普刻，索尔
labelled parentheses 43	标记括号
labelling relation 128	标记关系
labels, node 42-3	标记，节点
Lakoff, George 120, 167	莱柯夫，乔治
lambda-operator 155	莱姆塔（运）算子
Inguage, disambiguated; 167	语言：无歧义的；
formal; 45, 164	形式的；
object- 45	对象语言
law of excluded middle 103	排中律
lectons 126	斯多亚派用语，指"涵义"(sense) 或"概念"(concepts)

Leibniz, G. W. von 22	莱布尼兹
Leśniewski, Stanislaw 132	列斯涅夫斯基，斯坦尼斯劳
Lewis, David 119-20, 163	刘易士，大卫
Lexical classes 169	词汇类
logic: alethic; 112	逻辑：真理的；
boulomaic; 112	愿望的；
deductive/inductive; 16	演绎的/归纳的；
epistemic; 112	认识论的；
modal; 108*f*	模态的；
predicate; 58*f* 148*f*	谓词的；
propositional; 25*f*	命题的；
sentential; 25*f*	语句的
logical analysis; 25*f*, 58*f*	逻辑分析
logical connectives 30	逻辑联结词
logical consequence 159	逻辑后承或逻辑推断
logical constant 27	逻辑常项
logical entailment 16	逻辑推演
logical form 17, 18*f*, 165, 167	逻辑形式
logical paradox 125	逻辑悖论
logical particles 19	逻辑小品词
logical semantics 72, 159	逻辑语义学
logical structure 42, 166-7	逻辑结构
logical truth 23	逻辑真理
McCawley, James 167	麦考莱，杰姆斯
main connective 42	主要联结词
many-many relation 91	多多关系
many-one relation 91	多一关系

mapping 11,12,133 映射
material implication 38,110 实质蕴涵
may 112 可以
meaning, concept of 158*f* 意义，概念的
meaning of a linguistic expression 126*f* 一个语言表达式的意义
meaning postulate 144 意义公设
members (of a set) 3 元素（集的）
metalanguage 45,159 元语言
metavariables 46 元变项
modal logic 108*f*,109 模态逻辑
modal operators 108-9 模态（运）算子
modal predicate logic 110 模态谓词逻辑
modal propositional logic 110 模态命题逻辑
modal sentential adverbs 139 模态语句副词
modal verbs 109 模态动词
modality; *de dicto/de re* 115 模态；de dicto/de re
model 73 模型
model-theoretical semantics 73,159 模型论语义学
modus ponens 99 肯定前件式
modus tollens 101 否定后件式
Montague, Richard 128,131,168 蒙塔古，里恰德
Montague grammar; 131 and transformational grammar 146 蒙塔古语法；和转换语法
mood 109 式
must 112 必须

name 132	名称
naming relation 128	命名关系
necessary (concept) 109	必然（概念）
necessary condition 40	必要条件
necessary property 119	必然属性
necessary proposition 162	必然命题
negation; scope of 44	否定，的辖域
negation connective 30	否定联结词
Negation Introduction 101	否定引入规则
node 42	节点
node labels 42-3	节点标号
non-reflexive relation 89	非自返关系
non-symmetric relation 89	非对称关系
non-transitive relation 89	非传递关系
norms, communicative 153-4	准则，交际的
nouns 169	名词
one-many relation 91	一多关系
object-language 45	对象语言
opacity 117	晦暗性
opaque context 118	晦暗语境
open sentence 59	开语句
operation (type of function) 12	运算（函项的类型）
operations on sets 6	集合的运算
operators: abstraction; 155	（运）算子：抽象的；
deontic; 111	道义的；
iota-; 152	艾欧塔算子；

lambda-; 155 兰姆塔算子;
model; 109
predicate; 148 模态的;
temporal 121 谓词的；时态的
or 34f 或者
order of quantifiers 67 量词的次序
ordered pair 9 有序偶
ordered *n*-tuples 10 有序 n 元组

pair 9 偶、对
paradox, logical (Electra) 125 悖论，逻辑的(厄勒克特)
parataxis 25 并列结构
parentheses 42-3 括号
Parsons, Terence 146 帕尔森斯，特仑斯
particles, logical 19 小品词，逻辑的
past tense 123 过去时
performative hypothesis 170 运用假设
phrase-structure rules 46 短语结构规则
physical possibility 112 物质的可能性
point, norm of 154 意图准则
Polish notation 57,109 波兰学派的符号
possibility, logical, physical, practical etc. 112 可能性，逻辑的，物质的实际的等
possible, logically 108-9 可能的，在逻辑上
possible world 22,108,160 可能世界
possibly 109 可能
Postal, Paul 167 波斯托，保尔
power set 6 幂集

pragmatic analysis 152	语用分析
predicate: constant; 159,73	谓词：常项；
domain; 151	域；
extension; 125*f*,151	外延；
operator; 148*f*,	（运）算子；
term; 60	词项；
variable 59	变项
predicate logic:	谓词逻辑：
first-order; 58*f*	一阶的；
modal; 110	模态的；
second-order 148*f*	二阶的
predication 58	谓语句
premises 15	前提
prepositions 169	介词
present perfect 123	现在完成时
presuppositions; 149*f*	预设；
categorial(or sortal); 150	种类的；
existential; 150	存在的；
factive; 150	事实的；
pragmatic analysis of 152	语用分析的
Prior, Arthur 121	普莱尔，亚瑟
probability 106	概率
probability theory 109	概率论
procedures 161	程序
proper nouns 169	专有名词
properties 119	特性
proposition 20,136,149	命题
propositional attitudes 112,161	命题态度

propositional calculus 44	命题演算
propositional connectives 26,169	命题联结词
propositional logic 25*f*, 44*f*	命题逻辑
propositional variables 26	命题变项
quadruples 10	四元组
quantification: restricted; 67	量化：限制的
vacuous 63	空的
quantifiers; 61*f*, 110, 169	量词
all-; 62, 115	'所有'量词
existential; 65, 115	存在量词
order of; 67	量词的次序
scope of; 64, 67-8	量词的辖域
universal 62	全称量词
quintuples 10	五元组
range of function 12	函项的值域
range of intension 129	内涵的值域
range of predicate 62, 67	谓词的值域
realism 127	实在论
reasoning; indirect 53*f*, 105	推理，间接的
recursive rule; 46 general 138	递归规则， 一般的
recursivity 131	递归
reductio ad absurdum 53*f*	归谬法
reduction (of extensional predicates) 144	外延谓词的化归
reference points 121	参考点

reflexive relation 88f 自返关系
reflexivity 88,113 自返性
regimentation (of natural language) 146 改编（自然语言的）
Reichenbach, Hans 148,169 赖辛巴赫，汉斯
relation 10,88f 关系
relation, formalproperties of 88f 关系，的形式性质
relations and functions 9 关系和函项
relations between sets 5 集合与集合之间的关系
relative clauses 4 关系从句
relevance, norm of 154 相关准则
representation, semantic 167 表达，语义的
restricted quantification 67 限制的量化
Ross, John 167 罗斯，约翰
rules: of deductive system; 98f 规则：演绎系统的
of deduction; 159 演绎的
of formation; 44f 形成的
of functional application; 136 函项运用的
phrase-structure; 46 短语结构的
recursive; 46 递归的
semantic interpretation; 146 语义解释的
spelling-out; 136 拼出的
translation 146 翻译的
Russell, Bertrand 126,152,166 罗素，伯特兰

S_4, S_5 systems 114 S_4, S_5 系统

salva veritate 117	（拉丁文）不改变真值
satisfaction 85	满足
scope; 114, 122 of negation; 44 of quantifier 64, 68	辖域；否定的；量词的
second-order predicate logic 148*f*	二阶谓词逻辑
second-person pronoun 153	第二人称代词
semantic interpretation rules 146	语义解释规则
semantic representation 167	语义表达
semantic types 136	语义类型
semanticists, generative 167	语义学派，生成的
semantics: model-theoretical; 73, 159	语义学：模型论的；
predicate logic; 72*f*, 83	谓词逻辑的；
(formal version); 84	（形式的表述）；
propositional logic; 47*f*	命题逻辑的
sentence adverbs 109	语句副词
sentences; 132, 148*f* analytic; 25	语句；分析的；
atomic; 25	原子的；
compound; 25	复合的；
counter-factual; 39, 120	反事实的；
declarative; 170	陈述的；
generic; 169	通名的；
imperative; 170	命令的；
interrogative; 170	疑问的；
logical analysis of; 15*f*	语句的逻辑分析；
molecular; 25	分子的；

open; 59	开语句;
single; 25	单句的;
synthetic 25	综合的;
sentential connectives 26,124,169	语句联结词
sentential functions 63	语句函项
sentential logic 25*f*	语句逻辑
sentential variables 26	语句变项
sequence 12	序列
set; 3 empty; 4	集合; 空集;
power; 6	幂集;
truth-; 22	真值集;
unit 4	单元集
set of sets 6	集合的集合
set operations 6-7	集合的运算
set theory 3	集合论
similarity, degrees of 120	相似度
simple sentences 24	简单句
Sinn 126	涵义（弗莱格用语）
situation 22	情况
sortal, (or categorial) presuppositions 150	种类预设
speech, direct/indirect 21	引语，直接的/间接的
speech acts 170	言语行为
spelling-out rules 134	拼出规则
Stalnaker, Robert 120	斯托雷克尔，罗伯特
Standard Theory, Chomsky's 167	标准理论，乔姆斯基的

statement 21 陈述
Stoics 125 斯多亚派
Strawson P.F. 152 斯特劳森
strict implication 110-11 严格蕴涵
structure: constituent; 42 结构：组成成分的
overt/covert; 166 显性的/隐性的
surface/deep 167 表层的/深层的
structure-indicating device 42-3 标志结构的方法
subordinating conjunctions 169 从属连词
subordination 25 主从关系
subset 6 子集
sufficient/necessary condition 40 充分/必要条件
symmetry 89-90,113 对称
synonymy 23 同义关系
syntax of predicate logic 58*f*,71 谓词逻辑的语法学
syntax of propositional logic 45-6 命题逻辑的语法学
synthetic sentence 24,53 综合语句

T system 114 T系统
tautology 50*f* 重言式
temporal operators 121 时态（运）算子
tense logic 121-2 时态逻辑
term, individual 60 词项，个体的
that-clauses 21,148 *that*- 从句

theorem 10-3	定理
transformation 11	转换
transformational grammar and Montague grammar 146	转换语法和蒙塔古语法
transitive relation 89-90	传递关系
transitivity 89-113	传递性
translation rules 146	翻译规则
transparent context 118	明显语境
tree diagrams 42	树形图（解法）
triples 10	三元组
true analytically, or in all possible worlds; 24	在所有可能世界中分析为真的；
or in all interpretations 77f	或在所有解释中分析为真的；
truth, analytic 23	真理，分析的
truth, logical 23	真理，逻辑的
truth-conditions 47,129,155,162	真值条件
truth-function 27f,37-8,53	真值函项
truth-preserving 18	保留真值的
truth-set 22,111	真值集
truth table 30,50	真值表
truth-value 13,27,129,149f	真值
truth-value gap 155	真值间隙
truth and felicity 153	真实性与恰当性
types, semantic 136,144-5	类型，语义的
union 5	并集
unit set 4	单元集

universal instantiation 102 全称例示规则
universal set 5 全集
universe of discourse 5,62,170 论域

vacuous quantification 63 空量化
value (of function) 12,133 值（函项的）
value judements 171 价值判断
variable: bound/free; 64 变项：约束的/自由的；
individual; 59 个体的；
predicate; 59 谓词的；
propositional or sentential 26 命题的或语句的
verbs 169 动词
vocabulary, logical 44 词汇表， 逻辑的

well-formed formulas (wff) 44 合式公式
world: belief; 144 世界： 信念的；
ideal; 110 理想的；
possible 22,108,160 可能的

译 者 后 记

《语言学中的逻辑》是一本对语言工作者和逻辑工作者都适用的逻辑参考书。它不仅介绍了现代形式逻辑和现代语言学的基本知识，而且从逻辑分析和语言分析相结合的角度，对自然语言逻辑研究的内容和方法进行了系统的介绍。这对我们的语言与逻辑的教学与研究都将起积极的作用。

本书的前言、第一章至第五章是由蔡希杰翻译的，第六章至第九章以及习题解答和索引是由李先焜翻译的，第十章是由王维贤翻译的。第一章至第七章由王维贤进行了校订。最后，全文又由李先焜作了校订。

本书译文承中国社会科学院哲学研究所逻辑研究室周礼全、诸葛殷同，语言研究所赵世开，武汉大学哲学系江天骥，中国人民大学哲学系张兆梅等同志，以及参加 1982 年贵阳语言逻辑讲习班的很多学员提出了不少宝贵的意见。我们参照这些意见对译文作了某些修改。为此，我们向这些同志表示衷心的感谢！

由于译者的水平所限，译文中可能还有不少错误，欢迎广大读者提出批评指正。

译 者

1982 年 12 月